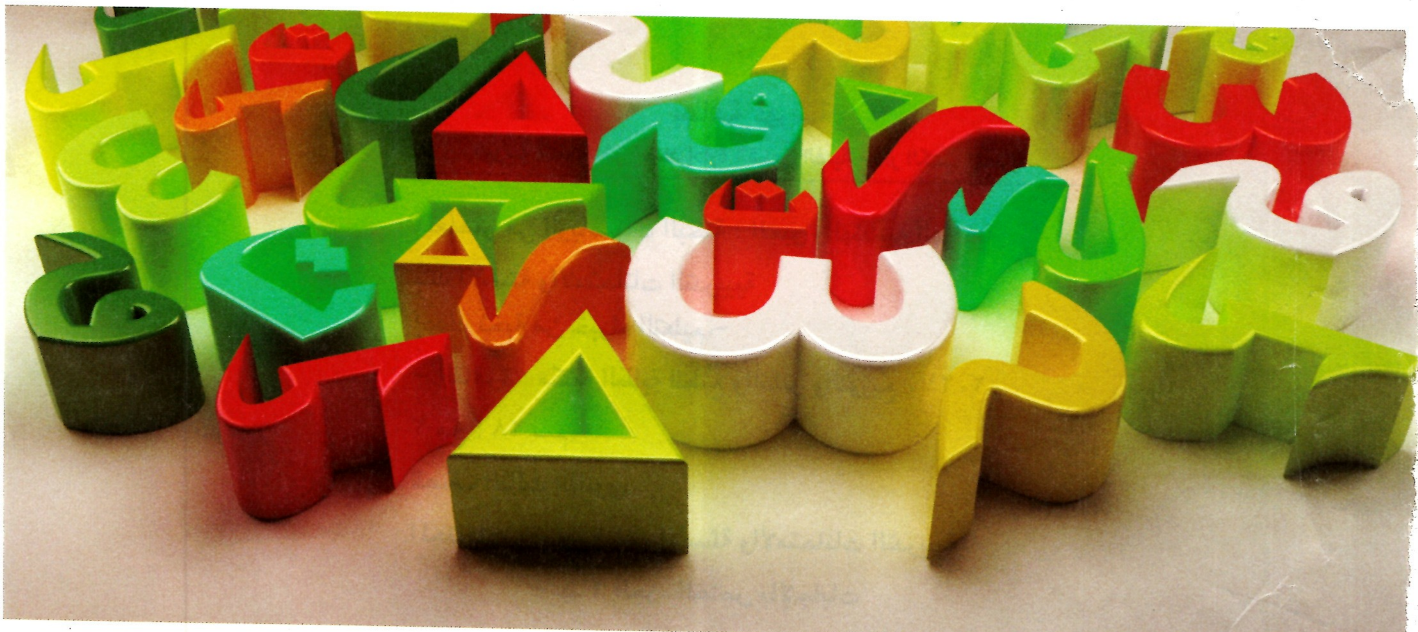
المعاصر

إعداد نخبة من خبراء التعليم

بنك الأسئلة

والامتحانات التدريبية



الرياضيات البحتة

الجبر و الهندسة الفراغية

3

ثانوى

2021

مكتبة الطلبة
للطبع و النشر و التوزيع
٣ شارع كامل صدقى-الفجالة
تليفون: ٢٥٩٠٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩١ - ٠٢/٢٥٩٣٤٠١٢
e-mail: info@elmoasserbooks.com
www.elmoasserbooks.com

بطاقة فهرسة

فهرسة أثناء النشر إعداد إدارة الشئون الفنية - دار الكتب المصرية

المعاصر فى الرياضيات البحتة : الجبر والهندسة الفراغية
بنك الأسئلة والامتحانات التدريبية
إعداد نخبة من خبراء التعليم.-
– القاهرة : مكتبة الطلبة للطبع والنشر والتوزيع ، ٢٠٢١.
٢ مج ؛ ٢٨ سم.
للصف الثالث الثانوى
المحتويات : – جـ ١ بنك الأسئلة والامتحانات التدريبية
– جـ ٢ الجزء الخاص بالإجابات
تدمك : ٠ – ٤٧٤ – ٨٣٩ – ٩٧٧ – ٩٧٨
١ – الجبر والهندسة الفراغية – تعليم وتدريس.
٢ – التعليم الثانوى.
٣ – نخبة من خبراء التعليم (معد).

٥١٩,٠٧

رقم الإيداع : ٨٢٦١ / ٢٠٢١

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة

الحمد لله الذى وفقنا لتقديم هذا الكتاب من مجموعة كتب «المعاصر» فى الرياضيات... نقدمه إلى أبنائنا الطلبة آملين أن يجدوا فيه المعلم والموجه الذى يعينهم على فهم كل صعب ويذلل أمامهم كل مغلق وغامض ويأخذ بأيديهم إلى طريق النجاح والتفوق.

ونقدمه إلى إخواننا المدرسين ليكون لهم عونًا على أداء رسالتهم الشاقة ونافذة يطلون منها على خبرات إخوة لهم أمضوا قرابة الثلاثين عامًا فى حقل التدريس والتوجيه.

ونحن لن نلجأ - فى هذا التقديم - إلى تقييم عملنا وجهدنا من خلال سرد لمزايا هذا الكتاب وما استحدث فيه، ولكننا نترك ذلك لكل من يطوى صفحة منه أو يقرأ سطرًا فيه لكى يبدى فيه رأيًا ... إن كان نقدًا فنحن نرحب به ... وإن كانت كلمة ثناء فهى خير مقابل نرجوه وأعز وسام نضعه على صدورنا.

والله لا يضيع أجر من أحسن عملاً وهو ولى التوفيق

« المؤلفون »

محتويات الكتاب

- ملخص لأهم نقاط المقرر.
- بنك أسئلة الاختيار من متعدد.
- نماذج الامتحانات التدريبية.
- اختبارات الكتاب المدرسى.
- امتحانات مصر (٢٠١٧ : ٢٠٢٠ دور أول و ثان).
- امتحانات الثانوية الأزهرية (٢٠١٩ ، ٢٠٢٠ دور أول و ثان).

ملخص لأهم نقاط المقرر

في

الجبـــر
والهندسة الفراغيـة

أولاً : ملخص لأهم نقاط المقرر

مبدأ العد

إذا كان عدد طرق إجراء عمل ما يساوى $ن$ طريقة وعدد طرق إجراء عمل آخر يساوى $م$ طريقة فإن عدد طرق إجراء

- العمل الأول (و) العمل الثانى = $م \times ن$ «قاعدة الضرب»
- العمل الأول (أو) العمل الثانى = $م + ن$ «قاعدة الجمع»

قوانين التباديل

إذا كان : $ن ، ر \ni ص^{+}$ ، $ن \geq ر$ فإن :

(١) $^{ن}ل_{ر} = ن(ن-١)(ن-٢) \ldots\ldots (ن-ر+١)$

(٢) $^{ن}ل_{ن} = \underline{|ن} = ن(ن-١)(ن-٢) \times \ldots\ldots \times ٣ \times ٢ \times ١$

(٣) $\underline{|ن} = ن\,\underline{|ن-١} = ن(ن-١)\,\underline{|ن-٢}$

(٤) $^{ن}ل_{ر} = \dfrac{\underline{|ن}}{\underline{|ن-ر}}$

ملاحظات

(١) $^{ن}ل_{٠} = ١$ ، $^{ن}ل_{١} = ن$ (٢) $\underline{|٠} = \underline{|١} = ١$

(٣) $\underline{|ن} \ni ص^{+}$ ، $^{ن}ل_{ر} \ni ص^{+}$

(٤) يمكن التعبير عن خارج قسمة مضروبين بصيغة التباديل كما يلى : $\dfrac{\underline{|أ}}{\underline{|ب}} = {}^{أ}ل_{أ-ب}$ بشرط $أ \geq ب$

(٥) قيم $ن ، ر$ التى تجعل $^{ن}ل_{ر}$ لها قيمة حيث $^{ن}ل_{ر} \ni ص^{+}$ يجب أن تحقق المتباينة $٠ \leq ر \leq ن$ لكل $ن ، ر \ni ص^{+} \cup \{٠\}$

(٦) $\underline{|ن} = {}^{ن}ل_{ن} = {}^{ن}ل_{ن-١}$ لذلك : إذا كان $^{ن}ل_{ر} = \underline{|ن}$ فإن : $ر = ن$ أو $ر = ن-١$

(٧) إذا كان : $^{أ}ل_{ر} = {}^{ب}ل_{ر}$ فإن : أما $أ = ب$ أو $ر = ٠$

(٨) إذا كان : $^{ن}ل_{م} = {}^{ن}ل_{ب}$

فإن : أما $أ = ب$ أو $أ = ن ، ب = ن-١$ أو $أ = ن-١ ، ب = ن$

قوانين التوافيق

إذا كان : $ن ، ر \in ص^+$ ، $ن \ge ر$ فإن :

(١) $^{ن}ق_{ر} = \frac{^{ن}ل_{ر}}{\underline{|ر}} = \frac{\underline{|ن}}{\underline{|ر}\ \underline{|ن - ر}}$

(٢) $^{ن}ق_{ر} = {^{ن}ق_{ن-ر}}$ «قانون التبسيط»

(٣) إذا كان : $^{ن}ق_{س} = {^{ن}ق_{ص}}$ فإن : $س = ص$ أو $س + ص = ن$

(٤) $\frac{^{ن}ق_{ر}}{^{ن}ق_{ر-١}} = \frac{ن - ر + ١}{ر}$

(٥) $^{ن}ق_{ر} + {^{ن}ق_{ر-١}} = {^{ن+١}ق_{ر}}$

ملاحظات

(١) $^{ن}ق_{١} = ن$ * $^{ن}ق_{ن} = {^{ن}ق_{٠}} = ١$ * $^{ن}ق_{ر} \le {^{ن}ل_{ر}}$ * $^{ن}ق_{ر} \in ص^+$

(٢) أقصى قيمة للعدد $^{ن}ق_{ر}$ عند
- $ر = \frac{ن}{٢}$ إذا كان ن عدد زوجي
- $ر = \frac{ن - ١}{٢}$ أو $ر = \frac{ن + ١}{٢}$ إذا كان ن عدد فردى

(٣) إذا كان : $^{ن}ق_{أ} = {^{ن}ق_{ب}}$ فإن : $أ = ب$ ، أ ، $ر = ٠$

(٤) إذا كان : $^{ن}ق_{ر} = {^{ن}ل_{ر}}$ فإن : $\underline{|ر} = ١$ أى أن : $ر = ٠$ ، أ ١

عند اختيار أشياء عددها «ر» من بين أشياء عددها «ن»

مع الإحلال والترتيب	مع الإحلال ودون مراعاة الترتيب	دون الإحلال مع مراعاة الترتيب	دون الإحلال ودون مراعاة الترتيب
فإن عدد طرق الاختيار			
$ن^{ر}$	$^{ن+ر-١}ق_{ر}$	$^{ن}ل_{ر}$	$^{ن}ق_{ر}$
تكوين عدد مكون من رقمين من مجموعة الأرقام {٥ ، ٣ ، ٢ ، ١}	توزيع ٤ كرات على ٥ سلال	تكوين عدد مكون من رقمين مختلفين من مجموعة الأرقام {٥ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ١}	تكوين وجبة مكونة من ٣ أصناف مختلفة من بين ٥ أصناف
$٤^{٢} = ١٦$	$^{٥+٤-١}ق_{٤} = ٧٠$	$^{٥}ل_{٢} = ٥ \times ٤ = ٢٠$	$^{٥}ق_{٣} = ١٠$

* عدد أقطار مضلع مكون من ن من الأضلاع = $^{ن}ق_{٢} - ن$

ملخص لأهم النقاط

* عدد طرق ترتيب ن من الأشياء المتمايزة
  - في صف ← $\lfloor ن$
  - في دائرة ← $\lfloor ن - ١$

فمثلًا :

* عدد طرق ترتيب وقوف ٥ تلاميذ في صف = $\lfloor ٥$ = ١٢٠ طريقة.
* عدد طرق ترتيب وقوف ٥ تلاميذ في دائرة = $\lfloor ٤$ = ٢٤ طريقة.

* عدد طرق ترتيب ر من الأشياء المتمايزة في ن من الأماكن ، ر < ن إذا كانت
  - الأماكن متمايزة على شكل صف ← $^{ن}ل_{ر}$
  - الأماكن متمايزة على شكل دائرة ← $^{ن}ل_{ر}$
  - الأماكن متماثلة على شكل دائرة ← $\frac{^{ن}ل_{ر}}{ن} = {}^{ن-١}ل_{ر-١}$

فمثلًا :

* عدد طرق وقوف ٤ سيارات في موقف به ٦ أماكن متمايزة على شكل صف = $^{٦}ل_{٤}$ = ٣٦٠
* عدد طرق وقوف ٤ سيارات في موقف به ٦ أماكن متمايزة على شكل دائرة = $^{٦}ل_{٤}$ = ٣٦٠
* عدد طرق وقوف ٤ سيارات في موقف به ٦ أماكن متماثلة على شكل دائرة = $\frac{^{٦}ل_{٤}}{٦} = {}^{٥}ل_{٣}$ = ٦٠

* عدد طرق ترتيب ر من الأشياء المتمايزة في ن من الأماكن بحيث تكون الأشياء متجاورة ر < ن إذا كانت
  - الأماكن متمايزة على شكل صف ← $(ن - ر + ١)\ \lfloor ر$
  - الأماكن متمايزة على شكل دائرة ← $ن\ \lfloor ر$
  - الأماكن متماثلة على شكل دائرة ← $\lfloor ر$

فمثلًا :

* عدد طرق وقوف ٤ سيارات متجاورة في موقف به ٦ أماكن متمايزة على شكل صف = $(٦ - ٤ + ١)\ \lfloor ٤$ = ٧٢
* عدد طرق وقوف ٤ سيارات متجاورة في موقف به ٦ أماكن متمايزة على شكل دائرة = $٦\ \lfloor ٤$ = ١٤٤
* عدد طرق وقوف ٤ سيارات متجاورة في موقف به ٦ أماكن متماثلة على شكل دائرة = $\lfloor ٤$ = ٢٤

نظرية ذات الحدين

إذا كان : أ ، س ∈ ح ، ن عددًا صحيحًا موجبًا فإن :

① $(س + أ)^{ن} = {}^{ن}ق_{٠}\, س^{ن} + {}^{ن}ق_{١}\, س^{ن-١} أ + {}^{ن}ق_{٢}\, س^{ن-٢} أ^{٢} + \dots + {}^{ن}ق_{ر}\, س^{ن-ر} أ^{ر} + \dots + {}^{ن}ق_{ن}\, أ^{ن}$

② $(س - أ)^{ن} = {}^{ن}ق_{٠}\, س^{ن} - {}^{ن}ق_{١}\, س^{ن-١} أ + {}^{ن}ق_{٢}\, س^{ن-٢} أ^{٢} - {}^{ن}ق_{٣}\, س^{ن-٣} أ^{٣} + \dots + {}^{ن}ق_{ن}\, (-أ)^{ن}$

الحد المشتمل على $س^{ك}$ من مفكوك ذات الحدين

فى مفكوك $(س + أ)^{ن}$ حسب قوى س التنازلية لإيجاد الحد المشتمل على $س^{ك}$ حيث $ك \in ط$ نتبع ما يلى :

① نوجد $ح_{ر+١}$ فى أبسط صورة له لتحديد أس المتغير س بدلالة ر

② نساوى أس المتغير س الناتج فى $ح_{ر+١}$ بالأس المطلوب ك للحصول على قيمة ر ومنها نحدد الحد الذى يحتوى على $س^{ك}$ وهو $ح_{ر+١}$

③ نوجد الحد المشتمل على $س^{ك}$ بالتعويض عن قيمة ر التى حصلنا عليها فى $ح_{ر+١}$

ملاحظات

① إذا كانت قيمة ر التى حصلنا عليها لا تنتمى إلى مجموعة الأعداد الطبيعية فإن هذا يدل على أنه لا يوجد حد مشتمل على س أس ك المطلوبة.

② إذا كان المطلوب إيجاد الحد الخالى من س فنعتبر أن المطلوب إيجاد الحد المشتمل على $س^{٠}$ أى نساوى أس المتغير س فى $ح_{ر+١}$ بالصفر ونوجد قيمة ر

③ • فى مفكوك $(١ + س)^{ن}$

(١) إذا كان : ن عددًا زوجيًا فإن : أكبر معامل فى المفكوك هو معامل الحد الأوسط $= {}^{ن}ق_{\frac{ن}{٢}}$

(٢) إذا كان : ن عددًا فرديًا

فإن : معاملا الحدين الأوسطين متساويان ومعامل أى منها هو أكبر معامل فى المفكوك

$= {}^{ن}ق_{\frac{ن-١}{٢}}$ أو ${}^{ن}ق_{\frac{ن+١}{٢}}$

• فى مفكوك $(١ - س)^{ن}$ المعامل الذى له أكبر قيمة عددية (قيمة مطلقة)

= أكبر معامل فى مفكوك $(١ + س)^{ن}$

④ فى مفكوك $(أس + ب ص)^{ن}$ وبمعلومية قيمتى س ، ص فإن أكبر حد عدديًا فى المفكوك وليكن $ح_{ر+١}$ يكون أكبر من أو يساوى الحدود السابقة له وأكبر من أو يساوى الحدود التالية له أى يحقق الشرطين :

(١) $\frac{ح_{ر+١}}{ح_{ر}} \geq ١$ «أكبر من أو يساوى السابق له» أى أن : $\frac{ن - ر + ١}{ر} \times \left|\frac{ب ص}{أ س}\right| \geq ١$

(٢) $\frac{ح_{ر+١}}{ح_{ر+٢}} \geq ١$ «أكبر من أو يساوى التالى له»

$\therefore \frac{ح_{ر+٢}}{ح_{ر+١}} \leq ١$ $\therefore \frac{ن - (ر + ١) + ١}{ر + ١} \times \left|\frac{ب ص}{أ س}\right| \leq ١$

وباستخدام الشرطين السابقين يمكن إيجاد أكبر حد.

* لإيجاد قيمة أكبر معامل فى المفكوك نوجد قيمة أكبر حد عندما س = ص = ١

ملاحظات

في مفكوك $(س + أ)^{ن}$ حسب قوى س التنازلية

① عدد حدود المفكوك = $(ن + ١)$ حدًا

② في أى حد يكون $\boxed{\text{أس } (س) + \text{أس } (أ) = ن}$

③ الحد العام $\boxed{ح_{ر+١} = {}^{ن}ق_{ر}\, أ^{ر}\, س^{ن-ر}}$

أي أن : الحد العام $ح_{ر+١} = {}^{ن}ق_{ر} \times (\text{الحد الثانى})^{ر} \times (\text{الحد الأول})^{ن-ر}$

④ $\boxed{\dfrac{ح_{ر+١}}{ح_{ر}} = \dfrac{ن - ر + ١}{ر} \times \dfrac{أ}{س}} \longrightarrow \boxed{\dfrac{ن - ر\ (\text{الأصغر}) + ١}{ر\ (\text{الأصغر})} \times \dfrac{\text{الثانى}}{\text{الأول}}}$

⑤ إذا علم ترتيب الحد من النهاية فى مفكوك ذى الحدين فإن :

رتبة الحد من البداية = عدد حدود المفكوك − ترتيب الحد من النهاية + ١

⑥ إذا كانت $ن$ زوجية : يكون عدد حدود المفكوك $(ن + ١)$ فرديًا ويوجد للمفكوك حد أوسط وحيد

رتبته $\dfrac{ن + ٢}{٢}$

⑦ إذا كانت $ن$ فردية : يكون عدد حدود المفكوك $(ن + ١)$ زوجيًا ويوجد للمفكوك حدان أوسطان رتبتهما

على الترتيب $\dfrac{ن + ١}{٢}$ ، $\dfrac{ن + ٣}{٢}$

⑧ إذا أردنا إيجاد مجموع معاملات حدود مفكوك ذى الحدين فيمكن إيجاد ذلك بوضع كل قيمة لكل متغير

فى المقدار تساوى الواحد الصحيح دون إيجاد المفكوك.

مجموع معاملات حدود مفكوك : $(أ س + ب ص)^{ن} = (أ + ب)^{ن}$

⑨ إذا كانت $س \in ح$ ، $ن$ عدد صحيح موجب فإن :

(١) $(١ + س)^{ن} = ١ + {}^{ن}ق_{١}\, س + {}^{ن}ق_{٢}\, س^{٢} + {}^{ن}ق_{٣}\, س^{٣} + \dots + س^{ن}$

(٢) $(١ - س)^{ن} = ١ - {}^{ن}ق_{١}\, س + {}^{ن}ق_{٢}\, س^{٢} - {}^{ن}ق_{٣}\, س^{٣} + \dots + (-س)^{ن}$

⑩ $(س + أ)^{ن} + (س - أ)^{ن} = ٢\ (ح_{١} + ح_{٣} + ح_{٥} + \dots)$ أى ضعف مجموع الحدود الفردية الرتبة.

⑪ $(س + أ)^{ن} - (س - أ)^{ن} = ٢\ (ح_{٢} + ح_{٤} + ح_{٦} + \dots)$ أى ضعف مجموع الحدود الزوجية الرتبة.

الأعداد المركبة

العدد المركب

الصورة الجبرية	الصورة المثلثية	الصورة الأسية
ع = س + ت ص	ع = ل (جتا θ + ت جا θ)	ع = ل $هـ^{θت}$

الصورة الجبرية

* ع = س + ت ص حيث س ∈ ح ، ص ∈ ح ، $ت^{٢}$ = −١
* $\overline{ع}$ = س − ت ص «مرافق العدد ع»

$\overline{ع_{١} + ع_{٢}} = \overline{ع_{١}} + \overline{ع_{٢}}$ ، $\overline{ع_{١} ع_{٢}} = \overline{ع_{١}} \times \overline{ع_{٢}}$

* ع + $\overline{ع}$ = ٢ س «حقيقى صرف» ، ع − $\overline{ع}$ = ٢ ت ص «تخيلى صرف»

، ع $\overline{ع}$ = $س^{٢}$ + $ص^{٢}$ = $ل^{٢}$ حيث ل مقياس العدد المركب «| ع |»

* إذا كان : ع = س فإن : $\overline{ع}$ = س

، إذا كان : ع = ت ص فإن : $\overline{ع}$ = − ت ص

* إذا كان : $ع_{١}$ = $س_{١}$ + ت $ص_{١}$ ، $ع_{٢}$ = $س_{٢}$ + ت $ص_{٢}$ فإن :

- $ع_{١} \pm ع_{٢}$ = ($س_{١} \pm س_{٢}$) + ($ص_{١} \pm ص_{٢}$) ت
- $ع_{١}$ $ع_{٢}$ = ($س_{١}$ $س_{٢}$ − $ص_{١}$ $ص_{٢}$) + ($س_{١}$ $ص_{٢}$ + $س_{٢}$ $ص_{١}$) ت
- $\frac{ع_{١}}{ع_{٢}} = \frac{ع_{١} \times \overline{ع_{٢}}}{ع_{٢} \overline{ع_{٢}}}$ «أى نضرب كلًا من البسط والمقام فى مرافق العدد»
- إذا كان : $ع_{١}$ = $ع_{٢}$ فإن : $س_{١}$ = $س_{٢}$ ، $ص_{١}$ = $ص_{٢}$

الصورة المثلثية

إذا كان العدد المركب ع = س + ت ص فى الصورة الجبرية ، فإن الصورة المثلثية للعدد المركب ع

هى : $\boxed{\text{ع = ل (جتا θ + ت جا θ)}}$ حيث :

- (ل) تسمى مقياس العدد المركب ع = | ع | = $\sqrt{س^{٢} + ص^{٢}}$
- (θ) تسمى سعة العدد المركب ع وتسمى بالسعة الأساسية إذا كانت θ ∈]−π ، π]

ملخص لأهم النقاط

ولتحديد السعة الأساسية للعدد ع

عند تحويله من الصورة الجبرية

س + ت ص إلى الصورة المثلثية

نستخدم الشكل المقابل :

إذا كان : س > ٠ ، ص > ٠ فإن السعة الأساسية θ = ظا$^{-1}$ $\frac{ص}{س}$

إذا كان : س < ٠ ، ص > ٠ فإن السعة الأساسية θ = π + ظا$^{-1}$ $\frac{ص}{س}$

إذا كان : س < ٠ ، ص < ٠ فإن السعة الأساسية θ = − π + ظا$^{-1}$ $\frac{ص}{س}$

إذا كان : س > ٠ ، ص < ٠ فإن السعة الأساسية θ = ظا$^{-1}$ $\frac{ص}{س}$

لاحظ أنه :

إذا كان العدد المركب مقياسه ل وسعته θ

فإن : س = ل حتا θ ، ص = ل حا θ

ويكون :

ع = ل حتا θ + ت ل حا θ = س + ت ص

هى الصورة الجبرية.

ملاحظات

لكل عدد مركب ع = س + ص ت وسعته θ يكون :

(١) | ع | ≥ ٠ مع ملاحظة أن : | ع | = ٠ إذا كان ع = ٠

(٢) | ع | = | $\bar{ع}$ | = | −ع | = | − $\bar{ع}$ |

(٣) ع $\bar{ع}$ = | ع |^{٢} = | $\bar{ع}$ |^{٢}

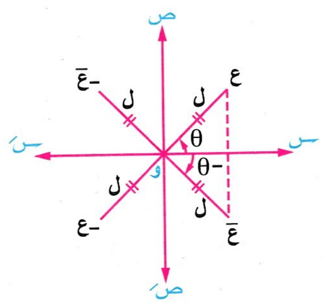
(٤) سعة العدد المركب تأخذ عدد غير منته من القيم وذلك بإضافة عدد صحيح من الدورات الكاملة (٢ π)

أى أن : سعة العدد المركب = θ + ٢ π ن حيث ن ∈ ص

(٥) سعة العدد المركب لا تتغير عند ضربه فى عدد حقيقى موجب

أى أن : سعة ع = سعة ك ع حيث ك ∈ ح$^{+}$

من الرسم



- العدد ومرافقه متماثلان حول محور السينات.
- العدد ومعكوسه الجمعى متماثلان حول نقطة الأصل.
- العدد ومرافقه ومعكوساهما الجمعيين لهم نفس المقياس

تحويل الصورة المثلثية غير القياسية إلى الصورة القياسية

نحدد الربع الذى يقع فيه العدد المركب حسب الإشارة التى أمام الدوال المثلثية بالجزءين الحقيقى والتخيلى ثم نستخدم الشكل التالى :

الربع الأول

• إذا كان : ع = ل (حتا θ + ت حا θ) **الدوال المثلثية مضبوطة**

تبقى كما هى : ل (حتا θ + ت حا θ)

• إذا كان : ع = ل (حا θ + ت حتا θ) **الدوال المثلثية معكوسة**

تحول للصورة ع

= ل [حتا (٩٠° − θ) + ت حا (٩٠° − θ)]

الربع الثانى

• إذا كان : ع = ل (− حتا θ + ت حا θ) **الدوال المثلثية مضبوطة**

تحول إلى ع

= ل [حتا (١٨٠° − θ) + ت حا (١٨٠° − θ)]

• إذا كان : ع = ل (− حا θ + ت حتا θ) **الدوال المثلثية معكوسة**

تحول إلى ع

= ل [حتا (٩٠° + θ) + ت حا (٩٠° + θ)]

الربع الرابع

• إذا كان : ع = ل (حتا θ − ت حا θ) **الدوال المثلثية مضبوطة**

تحول إلى ع

= ل [حتا (− θ) + ت حا (− θ)]

• إذا كان : ع = ل (حا θ − ت حتا θ) **الدوال المثلثية معكوسة**

تحول إلى ع

= ل [حتا (−٩٠° + θ) + ت حا (−٩٠° + θ)]

الربع الثالث

• إذا كان : ع = ل (− حتا θ − ت حا θ) **الدوال المثلثية مضبوطة**

تحول إلى ع

= ل [حتا (−١٨٠° + θ) + ت حا (−١٨٠° + θ)]

• إذا كان : ع = ل (− حا θ − ت حتا θ) **الدوال المثلثية معكوسة**

تحول إلى ع

= ل [حتا (−٩٠° − θ) + ت حا (−٩٠° − θ)]

لاحظ أن :

• الطريقة السابقة نستخدم لكل ل > ٠ ، θ ∋ [٠ ، ٢ π[

• إذا كانت السعة التى حصلنا عليها ∋]− π ، π] فإنها تكون هى السعة الأساسية.

• إذا لم تكن السعة التى حصلنا عليها أساسية نضيف إليها ٣٦٠° أو نحذف منها ٣٦٠° نحصل على السعة الأساسية.

ملخص لأهم النقاط

الصورة الأسية للعدد المركب (صورة أويلر)

* $جا س = \sum_{ر=٠}^{\infty} \frac{(-١)^ر}{\lfloor ٢ر+١} س^{٢ر+١} = \frac{س}{\lfloor ١} - \frac{س^٣}{\lfloor ٣} + \frac{س^٥}{\lfloor ٥} - .....$

* $جتا س = \sum_{ر=٠}^{\infty} \frac{(-١)^ر}{\lfloor ٢ر} س^{٢ر} = ١ - \frac{س^٢}{\lfloor ٢} + \frac{س^٤}{\lfloor ٤} - \frac{س^٦}{\lfloor ٦} + ...$

* $هـ^س = \sum_{ر=٠}^{\infty} \frac{س^ر}{\lfloor ر} = ١ + \frac{س}{\lfloor ١} + \frac{س^٢}{\lfloor ٢} + \frac{س^٣}{\lfloor ٣} + ...$

* $هـ^{ت س} = جتا س + ت جا س$

* الصورة الأسية للعدد المركب هى : $\boxed{ع = ل هـ^{ت \theta}}$

حيث ل مقياس العدد ع ، θ السعة الأساسية للعدد ع

لاحظ أنه

$ت = جتا \frac{\pi}{٢} + ت جا \frac{\pi}{٢} = هـ^{\frac{\pi}{٢} ت}$ ، $-ت = جتا \frac{-\pi}{٢} + ت جا \frac{-\pi}{٢} = هـ^{\frac{-\pi}{٢} ت}$

، $١ = جتا ٠ + ت جا ٠ = هـ^{صفر ت}$ ، $-١ = جتا \pi + ت جا \pi = هـ^{\pi ت}$

ضرب وقسمة الأعداد المركبة

إذا كان : $ع_١$ ، $ع_٢$ عددين مركبين حيث :

الصورة الجبرية	الصورة المثلثية	الصورة الأسية
$ع_١ = س_١ + ت ص_١$ $ع_٢ = س_٢ + ت ص_٢$	$ع_١ = ل_١ جتا \theta_١ + ت جا \theta_١$ $ع_٢ = ل_٢ جتا \theta_٢ + ت جا \theta_٢$	$ع_١ = ل_١ هـ^{ت \theta_١}$ $ع_٢ = ل_٢ هـ^{ت \theta_٢}$
$ع_١ ع_٢ = (س_١ س_٢ - ص_١ ص_٢)$ $+ (س_١ ص_٢ + س_٢ ص_١) ت$	$ع_١ ع_٢ = ل_١ ل_٢ [جتا (\theta_١ + \theta_٢)$ $+ ت جا (\theta_١ + \theta_٢)]$	$ع_١ ع_٢$ $= ل_١ ل_٢ هـ^{(\theta_١ + \theta_٢) ت}$
$ع_١ \div ع_٢$ $= \frac{س_١ + ت ص_١}{س_٢ + ت ص_٢} \times \frac{س_٢ - ت ص_٢}{س_٢ - ت ص_٢}$ أى نقوم بضرب كل من البسط والمقام فى مرافق المقام	$ع_١ \div ع_٢ = \frac{ل_١}{ل_٢} [جتا (\theta_١ - \theta_٢)$ $+ ت جا (\theta_١ - \theta_٢)]$	$ع_١ \div ع_٢$ $= \frac{ل_١}{ل_٢} هـ^{(\theta_١ - \theta_٢) ت}$

تعميم : $ع_١ ع_٢ ... ع_ر = ل_١ ل_٢ ... ل_ر [جتا (\theta_١ + \theta_٢ + ... + \theta_ر) + ت جا (\theta_١ + \theta_٢ + ... + \theta_ر)]$

* مما سبق نستنتج أنه إذا كان : ع = ل (حتا θ + ت حا θ) = ل $هـ^{ت θ}$ فإن :

① $ع^{ن}$ = $ل^{ن}$ [حتا (ن θ) + ت حا (ن θ)] = $ل^{ن}$ $هـ^{ت ن θ}$

حيث ن ∈ $ص^{+}$ وتسمى نظرية ديمواڤر بأس صحيح موجب

② $ع^{-١}$ = $\frac{١}{ع}$ = $\frac{حتا ٠ + ت حا ٠}{ل (حتا θ + ت حا θ)}$ = $\frac{١}{ل}$ [حتا (−θ) + ت حا (−θ)] = $\frac{١}{ل}$ $هـ^{-ت θ}$

③ $\overline{ع}$ = ل (حتا −θ + ت حا −θ) = ل $هـ^{-ت θ}$

نظرية ديموافر بأس نسبى موجب

* تستخدم لإيجاد الجذر النونى للعدد المركب ع وذلك بوضعه فى الصورة المثلثية :

ع = ل (حتا θ + ت حا θ) ومنها فإن : $ع^{\frac{١}{ن}}$ = $ل^{\frac{١}{ن}}$ [حتا ($\frac{θ + ٣٦٠° ر}{ن}$) + ت حا ($\frac{θ + ٣٦٠° ر}{ن}$)]

لكل ر = ٠ ، ١ ، ٢ ، ... ، (ن − ١) ، ن ∈ $ص^{+}$

وإذا كانت السعة بالجذور الناتجة ليست السعة الأساسية يتم تحويلها إلى السعة الأساسية.

ملاحظة

• الجذر النونى للعدد المركب يمكن استنتاجه بحيث تكون سعته هى السعة الأساسية

($\frac{θ + ٢ π ر}{ن}$) ∈]−π ، π] وذلك بوضع ر = −٢ ، −١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، .... وذلك بحيث :

أولاً : إذا كان ن عددًا فرديًا : نضع ر = ٠ ، ١ ، −١ ، ٢ ، −٢ إلى قيم عددها ن

ثانيًا : إذا كان ن عددًا زوجيًا :

هنا حالتان :

θ ∈]٠ ، π] **أى موجبة** نضع ر = ٠ ، −١ ، ١ ، −٢ ، ٢ ، ... إلى قيم عددها (ن)
«لاحظ إننا بعد الصفر بدأنا بالعدد السالب»

θ ∈]−π ، ٠] **أى سالبة أو صفر** نضع ر = ٠ ، ١ ، −١ ، ٢ ، −٢
، ... إلى قيم عددها (ن) «لاحظ أننا بعد الصفر بدأنا بالعدد الموجب»

• **فمثلًا :** لإيجاد الجذر الخامس نضع ر = ٠ ، ١ ، −١ ، ٢ ، −٢ (خمسة قيم)

، **لإيجاد الجذر الرابع :**

نضع ر = ٠ ، −١ ، ١ ، −٢ (أربعة قيم تبدأ بالسالب بعد الصفر)
إذا كانت : θ ∈]٠ ، π] أى موجبة.

نضع ر = ٠ ، ١ ، −١ ، ٢ (أربعة قيم تبدأ بالموجب بعد الصفر)
إذا كانت : θ ∈]−π ، ٠] أى سالبة أو صفر.

ملخص لأهم النقاط

الجذور النونية

المعادلة $س^{ن} = أ$ حيث أ عدد مركب يكون لها ن من الجذور على الصورة : $س = أ^{\frac{١}{ن}}$ وتقع الجذور جميعًا في مستوى أرجاند على دائرة واحدة طول نصف قطرها $|أ^{\frac{١}{ن}}|$ أي الجذر النوني الموجب لمقياس العدد المركب أ

وتكون رؤوس مضلع منتظم عدد أضلاعه ن ويكون الفرق بين سعة كل جذر والجذر التالي له = $\frac{٣٦٠^\circ}{ن}$

الجذور التكعيبية للواحد الصحيح (١ ، ω ، $\omega^{٢}$)

* الصورة المثلثية والصورة الجبرية للجذور التكعيبية للواحد الصحيح :

- الصورة المثلثية هي : (حتا ٠ + ت حا ٠) ، (حتا $\frac{٢\pi}{٣}$ + ت حا $\frac{٢\pi}{٣}$) ، (حتا $\frac{٤\pi}{٣}$ + ت حا $\frac{٤\pi}{٣}$)
- الصورة الجبرية هي : ١ ، $\frac{-١}{٢} + \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ت ، $\frac{-١}{٢} - \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ت

أي أن : الواحد الصحيح له ثلاثة جذور أحدهم حقيقي وهو العدد ١ والآخران غير حقيقيين مترافقين مربع أحدهما يساوي الآخر.

* مجموع الجذور التكعيبية للواحد الصحيح = صفر

أي أن : $\boxed{١ + \omega + \omega^{٢} = \text{صفر}}$ ومنها $\boxed{١ + \omega = -\omega^{٢}}$ ، $\boxed{١ + \omega^{٢} = -\omega}$ ، $\boxed{\omega + \omega^{٢} = -١}$

* حاصل ضرب الجذرين التكعيبيين الغير حقيقيين للواحد الصحيح = ١

أي أن : $\omega^{٣} = ١$ ومنها $\frac{١}{\omega} = \omega^{٢}$ ، $\frac{١}{\omega^{٢}} = \omega$

* الفرق بين الجذرين التكعيبيين الغير حقيقيين للواحد الصحيح = $\pm\sqrt{٣}$ ت

أي أن : $\boxed{\omega - \omega^{٢} = \pm\sqrt{٣}\ ت}$ أ، $\boxed{\omega^{٢} - \omega = \pm\sqrt{٣}\ ت}$

ملاحظتان

(١) مرافق العدد ω هو $\omega^{٢}$ وبالتالي يكون : مرافق العدد $(١ + \omega)$ هو $(١ + \omega^{٢})$

ومرافق العدد $(٢٠٢٠ + \omega)$ هو $(٢٠٢٠ + \omega^{٢})$

ومرافق العدد $(أ\omega - ب\omega^{٢})$ هو $(أ\omega^{٢} - ب\omega)$ لكل أ ، ب $\in$ ح

(٢) $\omega^{٣ن} = ١$ ، $\omega^{٣ن+١} = \omega$ ، $\omega^{٣ن+٢} = \omega^{٢}$ حيث ن $\in$ ص

* الجذور النونية للواحد الصحيح :

إذا كان $ع^{ن} = ١$ فإن : ع = (حتا ٠° + ت حا ٠°)$^{\frac{١}{ن}}$ = حتا $\frac{٢\pi ر}{ن}$ + ت حا $\frac{٢\pi ر}{ن}$

حيث ر $\in$ ص ، $\frac{٢\pi ر}{ن} \in]-\pi ، \pi]$

وتمثل الجذور النونية للواحد الصحيح على مستوى أرجاند برؤوس مضلع منتظم عدد رؤوسه ن وتقع على دائرة مركزها نقطة الأصل ، وطول نصف قطرها ١ ويكون الفرق بين سعة كل جذر والجذر التالي له = $\frac{٣٦٠^\circ}{ن}$

المحددات

(١) محدد الرتبة الثانية $\begin{vmatrix} أ_{١١} & أ_{٢١} \\ أ_{١٢} & أ_{٢٢} \end{vmatrix}$

(٢) محدد الرتبة الثالثة $\begin{vmatrix} أ_{١١} & أ_{٢١} & أ_{٣١} \\ أ_{١٢} & أ_{٢٢} & أ_{٣٢} \\ أ_{١٣} & أ_{٢٣} & أ_{٣٣} \end{vmatrix}$

الخواص الأساسية للمحددات

(١) لا تتغير قيمة المحدد عند تبديل صفوف المحدد بأعمدته المناظرة بنفس الترتيب.

- بمعنى آخر : قيمة محدد المصفوفة المربعة تساوى قيمة محدد مدور هذه المصفوفة.

(٢) قيمة المحدد لا تتغير بفكه عن طريق عناصر أى صف أو أى عمود.

(٣) قيمة المحدد تنعدم فى الحالات الآتية :

(١) إذا كانت جميع عناصر أى صف (عمود) فى المحدد تساوى الصفر.

(٢) إذا تساوت العناصر المتناظرة فى أى صفين (عمودين) فى المحدد.

(٣) إذا كانت عناصر أى صف (عمود) مضاعفات لعناصر صف عمود آخر فى المحدد.

(٤) إذا وجد عامل مشترك فى جميع عناصر صف (عمود) فى محدد فإن هذا العامل يمكن أخذه خارج المحدد.

ومنها نجد أن :

ضرب المحدد فى عدد حقيقى $ك \neq ٠$ فإننا نضرب هذا العدد فى عناصر أى صف (عمود) واحد فقط.

(٥) إذا بدلنا موضعى صفين (عمودين) فإن : قيمة المحدد الناتج = – قيمة المحدد الأصلى.

(٦) إذا كتبت جميع عناصر أى صف (عمود) كمجموع عنصرين فإنه يمكن كتابة المحدد الأصلى على صورة مجموع محددين.

(٧) إذا أضفنا لعناصر أى صف (عمود) بمحدد مضاعفات عناصر أى صف (عمود) آخر فإن قيمة المحدد لا تتغير.

(٨) فى أى محدد إذا ضربنا عناصر أى صف (عمود) فى العوامل المرافقة للعناصر المناظرة فى أى صف (عمود) آخر ثم جمعنا نواتج الضرب فإن الناتج يكون مساويًا صفرًا.

ملخص لأهم النقاط

(٩) قيمة المحدد على الصورة المثلثية تساوى حاصل ضرب عناصر القطر الرئيسى.

أى أن : قيمة المحدد على الصورة المثلثية = $\text{أ}_{١١} \times \text{أ}_{٢٢} \times \text{أ}_{٣٣}$

مع ملاحظة أن :

المحدد الذى جميع عناصره تحت أو فوق القطر الرئيسى أصفار يسمى محدد على الصورة المثلثية كما فى الشكلين المقابلين : وتسمى العناصر $\text{أ}_{١١}$ $\text{أ}_{٢٢}$ $\text{أ}_{٣٣}$ بعناصر القطر الرئيسى.

القطر الرئيسى

$$\begin{vmatrix} \text{أ}_{١١} & \cdot & \cdot \\ \text{أ}_{١٢} & \text{أ}_{٢٢} & \cdot \\ \text{أ}_{١٣} & \text{أ}_{٢٣} & \text{أ}_{٣٣} \end{vmatrix}$$

الصورة المثلثية السفلى

أو

القطر الرئيسى

$$\begin{vmatrix} \text{أ}_{١١} & \text{أ}_{٢١} & \text{أ}_{٣١} \\ \cdot & \text{أ}_{٢٢} & \text{أ}_{٣٢} \\ \cdot & \cdot & \text{أ}_{٣٣} \end{vmatrix}$$

الصورة المثلثية العليا

ملاحظة

إذا كان (س − أ) أحد عوامل المحدد فإن قيمة المحدد عند س = أ تساوى صفر

المعكوس الضربى للمصفوفة « $\text{أ}^{-١}$ »

يكون للمصفوفة المربعة $\text{أ}_{م \times م}$ معكوس ضربى عندما يكون محدد المصفوفة ≠ صفر أى $\Delta \neq ٠$ حيث $\Delta = |\text{أ}|$

أولاً : المعكوس الضربى للمصفوفة على النظم ٢ × ٢

إذا كانت : $\text{أ} = \begin{pmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{حـ} & \text{ء} \end{pmatrix}$

فإن : $\text{أ}^{-١} = \frac{١}{\Delta} \begin{pmatrix} \text{ء} & -\text{ب} \\ -\text{حـ} & \text{أ} \end{pmatrix}$

ثانيًا : المعكوس الضربى للمصفوفة على النظم ٣ × ٣

إذا كانت : أ مصفوفة غير منفردة أى $|\text{أ}| \neq ٠$ فإن المعكوس الضربى لها

$$\text{أ}^{-١} = \frac{١}{\text{محدد المصفوفة}} \times \text{مدور مصفوفة العوامل المرافقة}$$

$$\text{أ}^{-١} = \frac{١}{|\text{أ}|} \times \text{أ}^{\text{مل}}$$ «$\text{أ}^{\text{مل}}$ هى المصفوفة الملحقة وهى مدور مصفوفة العوامل المرافقة»

كيفية إيجاد مصفوفة العوامل المرافقة :

إذا كان : $\text{أ}_{\text{ص ع}}$ أحد عناصر المصفوفة أ فإن مرافق العنصر $\text{أ}_{\text{ص ع}}$ ويرمز له بالرمز

$\text{أ}_{\text{ص ع}} = (-١)^{\text{ص} + \text{ع}} \times$ المحدد الناتج بعد حذف الصف ص والعمود ع من المصفوفة

لاحظ أن

المصفوفة التى ليس لها معكوس ضربى تعرف بالمصفوفة المنفردة (الشاذة) والتى لها معكوس ضربى تعرف بغير المنفردة (غير الشاذة)

لاحظ أننا

قمنا بتبديل عنصرى القطر الرئيسى وبعكس إشارتى عنصرى القطر الآخر.

أى أنه : إذا كانت : $أ = \begin{pmatrix} أ_{٣١} & أ_{٢١} & أ_{١١} \\ أ_{٣٢} & أ_{٢٢} & أ_{١٢} \\ أ_{٣٣} & أ_{٢٣} & أ_{١٣} \end{pmatrix}$

فإن مصفوفة العوامل المرافقة م =

$$\begin{pmatrix} (-١)^{٣+١}\begin{vmatrix} أ_{٢٢} & أ_{١٢} \\ أ_{٢٣} & أ_{١٣} \end{vmatrix} & (-١)^{٢+١}\begin{vmatrix} أ_{٣٢} & أ_{١٢} \\ أ_{٣٣} & أ_{١٣} \end{vmatrix} & (-١)^{١+١}\begin{vmatrix} أ_{٣٢} & أ_{٢٢} \\ أ_{٣٣} & أ_{٢٣} \end{vmatrix} \\ (-١)^{٣+٢}\begin{vmatrix} أ_{٢١} & أ_{١١} \\ أ_{٢٣} & أ_{١٣} \end{vmatrix} & (-١)^{٢+٢}\begin{vmatrix} أ_{٣١} & أ_{١١} \\ أ_{٣٣} & أ_{١٣} \end{vmatrix} & (-١)^{١+٢}\begin{vmatrix} أ_{٣١} & أ_{٢١} \\ أ_{٣٣} & أ_{٢٣} \end{vmatrix} \\ (-١)^{٣+٣}\begin{vmatrix} أ_{٢١} & أ_{١١} \\ أ_{٢٢} & أ_{١٢} \end{vmatrix} & (-١)^{٢+٣}\begin{vmatrix} أ_{٣١} & أ_{١١} \\ أ_{٣٢} & أ_{١٢} \end{vmatrix} & (-١)^{١+٣}\begin{vmatrix} أ_{٣١} & أ_{٢١} \\ أ_{٣٢} & أ_{٢٢} \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

لاحظ أنه

يمكن تحديد إشارة العامل المرافق لكل عنصر باستخدام قاعدة الإشارات التالية دون الحاجة إلى الضرب × $(-١)^{ص+ع}$ قاعدة الإشارات : $\begin{pmatrix} + & - & + \\ - & + & - \\ + & - & + \end{pmatrix}$

ملاحظات

① إذا كانت أ مصفوفة على النظم ٢ × ٢ ولتكن $أ = \begin{pmatrix} ب & أ \\ ء & حـ \end{pmatrix}$

فإن : $أ^{مل} = \begin{pmatrix} -ب & ء \\ أ & -حـ \end{pmatrix}$ أى أن المصفوفة الملحقة لمصفوفة مربعة على النظم ٢ × ٢ تنتج من تبديل عنصرى القطر الرئيسى مع تغيير إشارتى عنصرى القطر غير الرئيسى

② لأى مصفوفة مربعة غير منفردة : $أ\,أ^{مل} = أ^{مل}\,أ = \Delta\, I$ حيث $\Delta = |أ|$

③ فى مصفوفة الوحدة I تكون العوامل المرافقة لعناصر القطر الرئيسى كل منها = ١

والعوامل المرافقة لباقى العناصر أصفارًا وعلى ذلك فإن : $\boxed{I^{مل} = I}$

أى أن : المصفوفة الملحقة لمصفوفة الوحدة هى نفس مصفوفة الوحدة.

بعض خواص المعكوس الضربى للمصفوفة

إذا كانت : أ ، ب مصفوفتين غير منفردتين فإن :

① $أ\,أ^{-١} = أ^{-١}\,أ = I$

② $(أ\,ب)^{-١} = ب^{-١}\,أ^{-١}$

③ $(أ^{-١})^{-١} = أ$

④ $(أ^{-١})^{مد} = (أ^{مد})^{-١}$

⑤ $(أ^{-١})^{٢} = (أ^{٢})^{-١}$

⑥ $(I)^{-١} = I$

المعادلة المصفوفية

لكل نظام مكون من م من المعادلات الخطية

، ں من المتغيرات فإن المعادلة المصفوفية للنظام هى :

أ   س = ب

مصفوفة المعاملات   مصفوفة المتغيرات   مصفوفة الثوابت

لاحظ أنه

- إذا كانت : ب = $\boxed{}$ فإن النظام يكون نظام معادلات خطية متجانسة.
- إذا كانت : ب ≠ $\boxed{}$ فإن النظام يكون نظام معادلات خطية غير متجانسة.

حل نظام مكون من ں من المعادلات الخطية فى ں من المتغيرات باستخدام المعكوس الضربى للمصفوفة :

إذا كانت الصورة المصفوفية لنظام المعادلات الخطية هى : أ س = ب و مصفوفة المعاملات أ مصفوفة مربعة غير منفردة على النظم ٢ × ٢ أو ٣ × ٣ فإن عناصر المصفوفة س = أ$^{-1}$ ب هى قيم المتغيرات المطلوبة (حل نظام المعادلات)

مرتبة المصفوفة

* مرتبة المصفوفة غير الصفرية هى أعلى درجة لمحدد أو محدد أصغر للمصفوفة قيمته لا تساوى صفر.

أى أن : إذا كانت أ مصفوفة غير صفرية على النظم م × ں

فإنه يرمز لمرتبة المصفوفة أ بالرمز ر (أ) ويكون :

- ١ ≤ ر (أ) ≤ ں إذا كان م ≥ ں
- ١ ≤ ر (أ) ≤ م إذا كان م ≤ ں

فمثلًا :

- إذا كانت : $أ_{٢ × ٣}$ فإن ١ ≤ ر (أ) ≤ ٢
- إذا كانت : $أ_{٤ × ٣}$ فإن ١ ≤ ر (أ) ≤ ٣

* مرتبة المصفوفة الصفرية = ٠

أى أنه : إذا كانت أ = $\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$ فإن : ر (أ) = ٠

ملاحظات

① حين نقول إن مرتبة المصفوفة أ = ٢ (مثلًا) فإن هذا يعنى أمرين متحققين :

(١) يوجد محدد أو محدد أصغر واحد على الأقل من الدرجة ٢ بحيث قيمته ≠ صفر

(٢) قيم جميع المحددات الصغرى من درجة أكبر من ٢ تساوى صفر

② إذا كانت أ مصفوفة صف أو عمود غير صفرية فإن : ر (أ) = ١

③ إذا كانت I مصفوفة وحدة على النظم ں × ں فإن : ر (I) = ں

④ مرتبة المصفوفة أ = مرتبة أ^{مد}

⑤ إذا أضيف أو حذف صف (عمود) صفرى على المصفوفة أ فإن رتبتها لا تتغير.

⑥ إذا أضيف أو حذف صف (عمود) عبارة عن تجميع لعدة صفوف (أعمدة) فإن مرتبة المصفوفة لا تتغير.

المصفوفة الموسعة

إذا كان لدينا م من المعادلات الخطية فى ن من المجاهيل فإنها تكتب على الصورة أ س = ب

ويمكن تعريف المصفوفة الموسعة أ* حيث أ* = (أ ⋮ ب) وتكون على النظم م × (ن + ١)

فمثلًا : إذا كان نظام المعادلات

٣س − ٤ص + ع = ٧
٧س + ص − ٣ع = ١

فإن المصفوفة الموسعة أ* =
(٣ ، −٤ ، ١ ⋮ ٧)
(٧ ، ١ ، −٣ ⋮ ١)

بحث إمكانية حل نظام مكون من (ن) من المعادلات الخطية فى (ن) من المتغيرات

① نكتب المعادلة المصفوفية : أ س = ب

② نوجد أ*

③ نوجد ر (أ) ، ر (أ*)

وهنا توجد حالتان

المعادلات غير متجانسة
أى ب ≠ $\boxed{\ }$

للنظام:

- **حل وحيد** إذا كان: ر (أ) = ر (أ*) = ن
- **عدد لا نهائى من الحلول** إذا كان: ر (أ) = ر (أ*) = ك < ن
- **لا يوجد حل على الاطلاق** إذا كان: ر (أ) ≠ ر (أ*)

المعادلات متجانسة
أى ب = $\boxed{\ }$

فى هذه الحالة ر (أ) = ر (أ*)
لأن إضافة عمود صفرى لمصفوفة المعاملات لا يغير من مرتبتها
ويكون للنظام

- **حل وحيد هو الحل الصفرى أو الحل البديهى** إذا كان: ر (أ) = ن
- **عدد لا نهائى من الحلول بجانب الحل الصفرى** إذا كان: ر (أ) < ن

ثانيًا : ملخص لأهم نقاط المقرر

* إذا كانت إحداثيات نقطة أ في الفراغ ثلاثي الأبعاد تتعين بالثلاثي المرتب أ $(س_1 ، ص_1 ، ع_1) \in ح^3$

حيث $س_1 ، ص_1 ، ع_1$ مساقط النقطة أ على المحاور الثلاثة س ، ص ، ع على الترتيب فإن :

① متجه موضع النقطة أ بالنسبة لنقطة الأصل هو $\overrightarrow{و أ} = \overrightarrow{أ} = (س_1 ، ص_1 ، ع_1)$

② $\overrightarrow{أ}$ «بدلالة متجهات الوحدة الأساسية» $= س_1 \overrightarrow{س} + ص_1 \overrightarrow{ص} + ع_1 \overrightarrow{ع}$

③ معيار $\overrightarrow{أ} = \|\overrightarrow{أ}\| = \sqrt{س_1^2 + ص_1^2 + ع_1^2}$

④ متجه الوحدة في اتجاه $\overrightarrow{أ} = \overrightarrow{ى}_{أ} = \dfrac{\overrightarrow{أ}}{\|\overrightarrow{أ}\|}$

⑤ زوايا الاتجاه لمتجه $\overrightarrow{أ}$ في الفراغ هي $\theta_{س} ، \theta_{ص} ، \theta_{ع}$ وتساوى قياسات الزوايا التي يصنعها المتجه مع الاتجاهات الموجبة للمحاور س ، ص ، ع على الترتيب.

⑥ المتجه $(-\overrightarrow{أ}) = (-س_1 ، -ص_1 ، -ع_1)$ هو المعكوس الجمعي للمتجه $\overrightarrow{أ}$ حيث $\overrightarrow{أ} + (-\overrightarrow{أ}) = \overrightarrow{و}$

وتكون زوايا اتجاهه هي $\pi - \theta_{س}$ ، $\pi - \theta_{ص}$ ، $\pi - \theta_{ع}$

⑦ **تعميم :** إذا كانت $(\theta_{س} ، \theta_{ص} ، \theta_{ع})$ هي زوايا الاتجاه للمتجه $\overrightarrow{أ}$ فإن $(\theta_{س} ، \theta_{ص} ، \theta_{ع})$ هي زوايا الاتجاه للمتجه ك $\overrightarrow{أ}$ حيث ك > صفر ، $(\pi - \theta_{س} ، \pi - \theta_{ص} ، \pi - \theta_{ع})$ هي زوايا الاتجاه للمتجه ك $\overrightarrow{أ}$ حيث ك < صفر

⑧ متجه الوحدة في اتجاه $\overrightarrow{أ}$ $(\overrightarrow{ى}_{أ}) = \dfrac{\overrightarrow{أ}}{\|\overrightarrow{أ}\|} = (\text{حتا}\,\theta_{س} ، \text{حتا}\,\theta_{ص} ، \text{حتا}\,\theta_{ع})$

حيث : $\text{حتا}^2\theta_{س} + \text{حتا}^2\theta_{ص} + \text{حتا}^2\theta_{ع} = ١$

لاحظ أن : زوايا الاتجاه للمتجهات في الاتجاه الموجب للمحاور س ، ص ، ع هي (٠ ، ٩٠° ، ٩٠°) ، (٩٠° ، ٠ ، ٩٠°) ، (٩٠° ، ٩٠° ، ٠) على الترتيب وبالتالي جيوب تمامها هي (١ ، ٠ ، ٠) ، (٠ ، ١ ، ٠) ، (٠ ، ٠ ، ١)

⑨ إذا كان المتجه $\overrightarrow{أ}$ يصنع زوايا متساوية مع محاور الإحداثيات

أي أن : $\theta_{س} = \theta_{ص} = \theta_{ع} = \theta$ فإن : $\text{حتا}\,\theta_{س} = \text{حتا}\,\theta_{ص} = \text{حتا}\,\theta_{ع} = \text{حتا}\,\theta$

، $\because \text{حتا}^2\theta_{س} + \text{حتا}^2\theta_{ص} + \text{حتا}^2\theta_{ع} = ١$ $\therefore ٣\,\text{حتا}^2\theta = ١$

$\therefore \text{حتا}^2\theta = \frac{١}{٣}$ $\therefore \text{حتا}\,\theta = \frac{١}{\sqrt{٣}}$ ومنها $\theta \simeq ٥٤° \; ٤٤' \; ٨''$

أو حتا $\theta = -\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ومنها $\theta \simeq ١٢٥° \; ١٥' \; ٥٢''$

(١٠) * مجموع قياس أى زاويتين من زوايا الاتجاه أكبر من أو يساوى ٩٠°

* إذا كان مجموع قياسى زاويتى اتجاه ٩٠° فإن قياس الزاوية الثالثة ٩٠°

(١١) إذا كان : $ك \in ح$ فإن : $ك\overrightarrow{أ} = ك(س_١ ، ص_١ ، ع_١) = (ك س_١ ، ك ص_١ ، ك ع_١) \in ح^٣$

حيث $\overrightarrow{أ} \parallel ك\overrightarrow{أ}$ ويكونان
- فى نفس الاتجاه إذا كانت $ك > ٠$
- فى اتجاهين متضادين إذا كانت $ك < ٠$

* **إذا كان : $أ(س_١ ، ص_١ ، ع_١)$ ، $ب(س_٢ ، ص_٢ ، ع_٢)$ ، $حـ(س_٣ ، ص_٣ ، ع_٣)$ ثلاث نقاط فى الفراغ ثلاثى الأبعاد فإن :**

(١) نقطة منتصف $\overline{أب} = \left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} ، \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} ، \frac{ع_١ + ع_٢}{٢}\right)$

(٢) القطعة المستقيمة الموجهة من أ إلى ب = $\overrightarrow{أب} = \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{أ} = (س_٢ - س_١ ، ص_٢ - ص_١ ، ع_٢ - ع_١)$

(٣) طول القطعة المستقيمة الموجهة من أ إلى ب = معيار المتجه $\overrightarrow{أب} = \|\overrightarrow{أب}\|$ = البعد بين النقطتين أ ، ب

$= أب = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢ + (ع_٢ - ع_١)^٢}$

(٤) زوايا الاتجاه لمتجه $\overrightarrow{أب}$ (لا يمر بنقطة الأصل) فى الفراغ هى قياسات الزوايا التى يصنعها متجه يمر بنقطة الأصل موازيًا للمتجه $\overrightarrow{أب}$ وجيوب تمامها هى : $\left(\frac{س_٢ - س_١}{\|\overrightarrow{أب}\|} ، \frac{ص_٢ - ص_١}{\|\overrightarrow{أب}\|} ، \frac{ع_٢ - ع_١}{\|\overrightarrow{أب}\|}\right)$

(٥) $\overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب} = \overrightarrow{ب} + \overrightarrow{أ} = (س_١ + س_٢ ، ص_١ + ص_٢ ، ع_١ + ع_٢)$

(٦) $(\overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب}) + \overrightarrow{حـ} = \overrightarrow{أ} + (\overrightarrow{ب} + \overrightarrow{حـ}) = \overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب} + \overrightarrow{حـ}$

(٧) $\overrightarrow{أ} + \overrightarrow{و} = \overrightarrow{و} + \overrightarrow{أ} = \overrightarrow{أ}$ حيث $\overrightarrow{و} = (٠ ، ٠ ، ٠)$

(٨) إذا كان : $\overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب} = \overrightarrow{أ} + \overrightarrow{حـ}$ فإن : $\overrightarrow{ب} = \overrightarrow{حـ}$

(٩) إذا كان : $ك\overrightarrow{أ} = ك\overrightarrow{ب}$ فإن : $\overrightarrow{أ} = \overrightarrow{ب}$

(١٠) $ك(\overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب}) = ك\overrightarrow{أ} + ك\overrightarrow{ب}$ ، $(ك + ل)\overrightarrow{أ} = ك\overrightarrow{أ} + ل\overrightarrow{أ}$

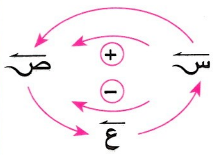
(١١) $\overrightarrow{أ} = \overrightarrow{ب}$ إذا وإذا فقط كان $س_١ = س_٢$ ، $ص_١ = ص_٢$ ، $ع_١ = ع_٢$

(١٢) إذا كان : $\|\overrightarrow{ب}\| = \|م\overrightarrow{أ}\|$ فإن : $\|\overrightarrow{ب}\| = |م| . \|\overrightarrow{أ}\|$

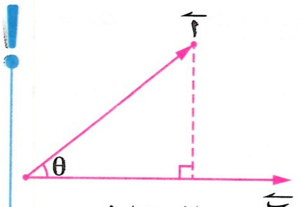
(١٣) $\|\overrightarrow{أ} + \overrightarrow{ب}\| \leq \|\overrightarrow{أ}\| + \|\overrightarrow{ب}\|$

ملخص لأهم النقاط

الضرب القياسى والضرب الاتجاهى لمتجهين :

الضرب القياسى لمتجهين	الضرب الاتجاهى لمتجهين
$\overrightarrow{\text{أ}} . \overrightarrow{\text{ب}} = \|\overrightarrow{\text{أ}}\| \, \|\overrightarrow{\text{ب}}\| \text{ جتا } \theta$ (كمية قياسية)	$\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}} = (\|\overrightarrow{\text{أ}}\| \, \|\overrightarrow{\text{ب}}\| \text{ جا } \theta) \, \overrightarrow{\text{ى}}$ (كمية متجهة) حيث $\overrightarrow{\text{ى}}$ متجه وحدة عمودى على المستوى الذى يحوى $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ وفى اتجاه تحدده قاعدة اليد اليمنى.
$\overrightarrow{\text{أ}} . \overrightarrow{\text{ب}} = \text{أ}_{\text{س}} \text{ب}_{\text{س}} + \text{أ}_{\text{ص}} \text{ب}_{\text{ص}} + \text{أ}_{\text{ع}} \text{ب}_{\text{ع}}$	$\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}} = \begin{vmatrix} \overrightarrow{\text{س}} & \overrightarrow{\text{ص}} & \overrightarrow{\text{ع}} \\ \text{أ}_{\text{س}} & \text{أ}_{\text{ص}} & \text{أ}_{\text{ع}} \\ \text{ب}_{\text{س}} & \text{ب}_{\text{ص}} & \text{ب}_{\text{ع}} \end{vmatrix}$
$\overrightarrow{\text{أ}} . \overrightarrow{\text{ب}} = \overrightarrow{\text{ب}} . \overrightarrow{\text{أ}}$	$\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}} = -(\overrightarrow{\text{ب}} \times \overrightarrow{\text{أ}})$
$\overrightarrow{\text{أ}} . \overrightarrow{\text{ب}} = \text{صفر}$ ، $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ غير صفريين $\Big\}$ $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ متعامدان	$\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}} = \overrightarrow{0}$ ، $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ غير صفريين $\Big\}$ $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ متوازيان
$\overrightarrow{\text{أ}} . \overrightarrow{\text{أ}} = \|\overrightarrow{\text{أ}}\|^2$	$\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{أ}} = \overrightarrow{0}$
• $\overrightarrow{\text{س}} . \overrightarrow{\text{س}} = \overrightarrow{\text{ص}} . \overrightarrow{\text{ص}} = \overrightarrow{\text{ع}} . \overrightarrow{\text{ع}} = 1$ • $\overrightarrow{\text{س}} . \overrightarrow{\text{ص}} = \overrightarrow{\text{ص}} . \overrightarrow{\text{س}} = \overrightarrow{\text{ع}} . \overrightarrow{\text{س}}$ $= \overrightarrow{\text{س}} . \overrightarrow{\text{ع}} = \overrightarrow{\text{ص}} . \overrightarrow{\text{ع}} = \overrightarrow{\text{ع}} . \overrightarrow{\text{ص}} = \text{صفر}$	• $\overrightarrow{\text{س}} \times \overrightarrow{\text{س}} = \overrightarrow{\text{ص}} \times \overrightarrow{\text{ص}} = \overrightarrow{\text{ع}} \times \overrightarrow{\text{ع}} = \overrightarrow{0}$ • $\overrightarrow{\text{س}} \times \overrightarrow{\text{ص}} = \overrightarrow{\text{ع}}$ ، $\overrightarrow{\text{ص}} \times \overrightarrow{\text{ع}} = \overrightarrow{\text{س}}$ ، $\overrightarrow{\text{ع}} \times \overrightarrow{\text{س}} = \overrightarrow{\text{ص}}$ • $\overrightarrow{\text{ص}} \times \overrightarrow{\text{س}} = -\overrightarrow{\text{ع}}$ • $\overrightarrow{\text{س}} \times \overrightarrow{\text{ع}} = -\overrightarrow{\text{ص}}$ • $\overrightarrow{\text{ع}} \times \overrightarrow{\text{ص}} = -\overrightarrow{\text{س}}$ 
$\overrightarrow{\text{أ}} . \overrightarrow{\text{و}} = \overrightarrow{\text{و}} . \overrightarrow{\text{أ}} = \overrightarrow{\text{و}} . \overrightarrow{\text{و}} = \text{صفر}$	$\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{و}} = \overrightarrow{\text{و}} \times \overrightarrow{\text{أ}} = \overrightarrow{\text{و}} \times \overrightarrow{\text{و}} = \overrightarrow{\text{و}}$
$(\text{م} \overrightarrow{\text{أ}}) . \overrightarrow{\text{ب}} = \overrightarrow{\text{أ}} . (\text{م} \overrightarrow{\text{ب}}) = \text{م} (\overrightarrow{\text{أ}} . \overrightarrow{\text{ب}})$	$(\text{م} \overrightarrow{\text{أ}}) \times \overrightarrow{\text{ب}} = \overrightarrow{\text{أ}} \times (\text{م} \overrightarrow{\text{ب}}) = \text{م} (\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}})$
$(\overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}}) . \overrightarrow{\text{ح}} = \overrightarrow{\text{أ}} . \overrightarrow{\text{ح}} + \overrightarrow{\text{ب}} . \overrightarrow{\text{ح}}$	$(\overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}}) \times \overrightarrow{\text{ح}} = \overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ح}} + \overrightarrow{\text{ب}} \times \overrightarrow{\text{ح}}$

ملاحظات على الضرب القياسى



«المسقط $\text{أ}_{\text{ب}}$»

① مسقط (مركبة جبرية) المتجه $\overrightarrow{\text{أ}}$ فى اتجاه المتجه $\overrightarrow{\text{ب}}$ ويرمز لها بالرمز $\text{أ}_{\text{ب}}$ هو $\text{أ}_{\text{ب}} = \|\overrightarrow{\text{أ}}\| \text{ جتا } \theta = \dfrac{\overrightarrow{\text{أ}} \cdot \overrightarrow{\text{ب}}}{\|\overrightarrow{\text{ب}}\|}$

(حيث θ هو قياس الزاوية الصغرى بين المتجهين عند رسمهما داخلين إلى أو خارجين من نفس النقطة ، $0 \leq \theta \leq 180^\circ$)

② المركبة الاتجاهية للمتجه $\overrightarrow{\text{أ}}$ فى اتجاه المتجه $\overrightarrow{\text{ب}}$ = المركبة الجبرية ($\text{أ}_{\text{ب}}$) × متجه وحدة فى اتجاه المتجه $\overrightarrow{\text{ب}}$

$$= \frac{\overrightarrow{\text{أ}} \cdot \overrightarrow{\text{ب}}}{\|\overrightarrow{\text{ب}}\|} \times \frac{\overrightarrow{\text{ب}}}{\|\overrightarrow{\text{ب}}\|} = \left(\frac{\overrightarrow{\text{أ}} \cdot \overrightarrow{\text{ب}}}{\|\overrightarrow{\text{ب}}\|^2}\right)\overrightarrow{\text{ب}}$$

③ $\|\overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}}\|^2 = (\overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}}) \cdot (\overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}}) = \overrightarrow{\text{أ}} \cdot \overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{أ}} \cdot \overrightarrow{\text{ب}} + \overrightarrow{\text{ب}} \cdot \overrightarrow{\text{أ}} + \overrightarrow{\text{ب}} \cdot \overrightarrow{\text{ب}}$

$= \|\overrightarrow{\text{أ}}\|^2 + 2(\overrightarrow{\text{أ}} \cdot \overrightarrow{\text{ب}}) + \|\overrightarrow{\text{ب}}\|^2 = \|\overrightarrow{\text{أ}}\|^2 + \|\overrightarrow{\text{ب}}\|^2 + 2\|\overrightarrow{\text{أ}}\|\,\|\overrightarrow{\text{ب}}\| \text{ جتا } \theta$

ملاحظات على الضرب الاتجاهى

① $\|\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}}\| = \|\overrightarrow{\text{أ}}\|\,\|\overrightarrow{\text{ب}}\| \text{ جا } \theta$ ، $\text{جا } \theta = \dfrac{\|\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}}\|}{\|\overrightarrow{\text{أ}}\|\,\|\overrightarrow{\text{ب}}\|}$

② متجه الوحدة فى اتجاه $\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}}$ هو $\overrightarrow{\text{ى}} = \dfrac{\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}}}{\|\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}}\|} = \dfrac{\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}}}{\|\overrightarrow{\text{أ}}\|\,\|\overrightarrow{\text{ب}}\| \text{ جا } \theta}$

③ إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ ، $\overrightarrow{\text{ح}}$ ثلاثة متجهات غير صفرية

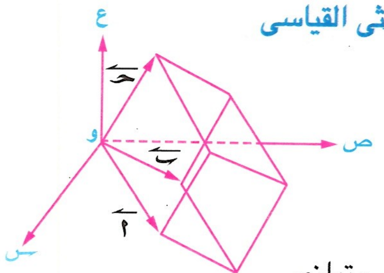
وكان : $\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}} = \overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ح}}$ فهذا لا يعنى بالضرورة أن $\overrightarrow{\text{ب}} = \overrightarrow{\text{ح}}$ «خاصية الحذف غير متحققة»

الضرب الثلاثى القياسى

الضرب الثلاثى القياسى : $\overrightarrow{\text{أ}} \cdot (\overrightarrow{\text{ب}} \times \overrightarrow{\text{ح}}) = \begin{vmatrix} \text{أ}_{\text{ع}} & \text{أ}_{\text{ص}} & \text{أ}_{\text{س}} \\ \text{ب}_{\text{ع}} & \text{ب}_{\text{ص}} & \text{ب}_{\text{س}} \\ \text{ح}_{\text{ع}} & \text{ح}_{\text{ص}} & \text{ح}_{\text{س}} \end{vmatrix}$

- $\overrightarrow{\text{أ}} \cdot \overrightarrow{\text{ب}} \times \overrightarrow{\text{ح}} = \overrightarrow{\text{ب}} \cdot \overrightarrow{\text{ح}} \times \overrightarrow{\text{أ}} = \overrightarrow{\text{ح}} \cdot \overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}}$ (يمكن تبديل المتجهات مع الاحتفاظ بالترتيب الدورى للمتجهات)
- $\overrightarrow{\text{أ}} \cdot \overrightarrow{\text{ب}} \times \overrightarrow{\text{ح}} = \overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}} \cdot \overrightarrow{\text{ح}}$ (يمكن تبديل علامتى الضرب مع الاحتفاظ بالترتيب الدورى للمتجهات)

تذكر المعنى الهندسى لمعيار الضرب الاتجاهى لمتجهين والضرب الثلاثى القياسى



① $\|\overrightarrow{\text{أ}} \times \overrightarrow{\text{ب}}\|$ = مساحة متوازى الأضلاع الذى فيه : $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ ضلعان متجاوران فيه = ضعف مساحة المثلث الذى فيه : $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ ضلعان متجاوران فيه.

② إذا كان : $\overrightarrow{\text{أ}}$ ، $\overrightarrow{\text{ب}}$ ، $\overrightarrow{\text{ح}}$ ثلاثة متجهات تكون ثلاثة أحرف غير متوازية فى متوازى سطوح فإن حجم متوازى السطوح = $|\overrightarrow{\text{أ}} \cdot \overrightarrow{\text{ب}} \times \overrightarrow{\text{ح}}|$

ملاحظات هامة على المتجهات

* إذا كانت : أ ، ب ، حـ ، ء أربعة نقاط فى الفراغ ثلاثى الأبعاد فإن :

① لإيجاد قياس الزاوية الصغرى θ بين المتجهين $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ نستخدم القانون : جتا $\theta = \frac{\overrightarrow{أ} \cdot \overrightarrow{ب}}{\|\overrightarrow{أ}\| \|\overrightarrow{ب}\|}$

② لإثبات أن المتجهين غير الصفريين $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ متوازيين نثبت أن :

• $\overrightarrow{أ} \times \overrightarrow{ب} = \overrightarrow{و}$ أ، $\frac{أ_س}{ب_س} = \frac{أ_ص}{ب_ص} = \frac{أ_ع}{ب_ع}$ ، أ، جتا $\theta = \pm 1$

والعكس صحيح أى أنه : إذا كان : $\overrightarrow{أ} // \overrightarrow{ب}$

فإن : $\overrightarrow{أ} \times \overrightarrow{ب} = \overrightarrow{و}$ ، $\frac{أ_س}{ب_س} = \frac{أ_ص}{ب_ص} = \frac{أ_ع}{ب_ع}$ ، جتا $\theta = \pm 1$

③ لإثبات أن المتجهين غير الصفريين $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ متعامدين نثبت أن :

• $\overrightarrow{أ} \cdot \overrightarrow{ب} = ٠$ أى $أ_س ب_س + أ_ص ب_ص + أ_ع ب_ع = ٠$ ، جتا $\theta = ٠$

والعكس صحيح أى أنه : إذا كان : $\overrightarrow{أ} \perp \overrightarrow{ب}$ فإن : $\overrightarrow{أ} \cdot \overrightarrow{ب} = ٠$ ، جتا $\theta = ٠$

④ لإثبات أن أ ، ب ، حـ ثلاثة نقط على استقامة واحدة نثبت أن : $\overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{ب حـ} = \overrightarrow{و}$

⑤ لإثبات أن النقاط أ ، ب ، حـ تقع فى مستوى واحد يمر بنقطة الأصل نثبت أن : $\overrightarrow{أ} \cdot (\overrightarrow{ب} \times \overrightarrow{حـ}) = ٠$

ومنها فإن $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ ، $\overrightarrow{حـ}$ متجهات موضع تقع فى مستوى واحد.

⑥ لإثبات أن أ ، ب ، حـ ، ء تقع فى مستوى واحد نثبت أن : $\overrightarrow{أب} \cdot \overrightarrow{أحـ} \times \overrightarrow{أء} =$ صفر

معادلة الكرة فى الفراغ

① الصورة القياسية : $(س - ل)^٢ + (ص - ك)^٢ + (ع - ن)^٢ = نق^٢$

ومنها مركز الكرة م (ل ، ك ، ن) ، طول نصف قطرها نق

② الصورة العامة : $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ + ٢ ل س + ٢ ك ص + ٢ ن ع + ء = ٠$

ومنها مركز الكرة (– ل ، – ك ، – ن) وطول نصف قطرها نق $= \sqrt{ل^٢ + ك^٢ + ن^٢ - ء}$

ملاحظات

① في المعادلة العامة للكرة يجب أن يكون :

* معامل س^2 = معامل ص^2 = معامل ع^2 $\neq$ صفر * ل^2 + ك^2 + ن^2 − د > صفر

* المعادلة خالية من الحد الذي يشمل س ص أ، ص ع أ، س ع أ، س ص ع

② مساحة سطح الكرة = ٤ π نق^2 وحجم الكرة = $\frac{4}{3}$ π نق^3

③ الكرة التي تمس مستويات الإحداثيات الموجبة وطول نصف قطرها نق يكون مركزها هو النقطة (نق ، نق ، نق)

④ الكرة التي مركزها نقطة الأصل وتمر بالنقطة (أ ، ب ، ح)

- طول نصف قطرها نق = $\sqrt{}$أ^2 + ب^2 + ح^2
- معادلتها القياسية س^2 + ص^2 + ع^2 = أ^2 + ب^2 + ح^2

⑤ الكرة التي مركزها م (أ ، ب ، ح) و

- تمس المستوى س ص ← فإن ← نق = |ح|
- تمس المستوى س ع ← فإن ← نق = |ب|
- تمس المستوى ص ع ← فإن ← نق = |أ|

⑥ الكرة التي يقع مركزها على المحور

- س وتمس المستوى ص ع ← فإن ← مركزها (أ ، ٠ ، ٠) ، نق = |أ|
- ص وتمس المستوى س ع ← فإن ← مركزها (٠ ، ب ، ٠) ، نق = |ب|
- ع وتمس المستوى س ص ← فإن ← مركزها (٠ ، ٠ ، ح) ، نق = |ح|

⑦ إذا كانت : م ، ن كرتين طولا نصفي قطريهما نق$_1$ ، نق$_2$ على الترتيب (حيث نق$_1$ > نق$_2$)

إذا كانت الكرتان م ، ن	فإن
(١) متباعدتين	م ن > نق$_1$ + نق$_2$
(٢) متماستين من الخارج	م ن = نق$_1$ + نق$_2$
(٣) متقاطعتين	نق$_1$ − نق$_2$ < م ن < نق$_1$ + نق$_2$
(٤) متماستين من الداخل	م ن = نق$_1$ − نق$_2$
(٥) إحداهما بداخل الأخرى	م ن < نق$_1$ − نق$_2$
(٦) متحدتي المركز	م ن = صفر

الصور المختلفة لمعادلة المستقيم فى الفراغ

* إذا كان ل مستقيم في الفراغ ، $\text{ء}(\text{س}_1 ، \text{ص}_1 ، \text{ع}_1)$ نقطة معلومة عليه ، $\overrightarrow{\text{ه}} = (\text{أ} ، \text{ب} ، \text{ح})$ متجه اتجاه له فإن :

① $\overrightarrow{\text{ر}} = \overrightarrow{\text{ء}} + \text{ك}\,\overrightarrow{\text{ه}}$ (الصورة المتجهة لمعادلة الخط المستقيم)

- $\overrightarrow{\text{ر}}$: متجه موضع أى نقطة على المستقيم
- $\overrightarrow{\text{ء}}$: متجه موضع نقطة معلومة على المستقيم
- ك : عدد حقيقى
- $\overrightarrow{\text{ه}}$: متجه اتجاه المستقيم

② $\frac{\text{س} - \text{س}_1}{\text{أ}} = \frac{\text{ص} - \text{ص}_1}{\text{ب}} = \frac{\text{ع} - \text{ع}_1}{\text{ح}}$ (الصورة الإحداثية لمعادلة الخط المستقيم)

③ $\text{س} = \text{س}_1 + \text{ك}\,\text{أ} ، \text{ص} = \text{ص}_1 + \text{ك}\,\text{ب} ، \text{ع} = \text{ع}_1 + \text{ك}\,\text{ح}$ (المعادلات البارامترية للخط المستقيم)

ملاحظات

① إذا كانت : $\theta_{\text{س}} ، \theta_{\text{ص}} ، \theta_{\text{ع}}$ هي زوايا الاتجاه للمستقيم ل فإن :

* $(\text{جتا}\,\theta_{\text{س}} ، \text{جتا}\,\theta_{\text{ص}} ، \text{جتا}\,\theta_{\text{ع}})$ متجه وحدة فى اتجاه المستقيم وهو متجه اتجاه له

* $(\text{م}\,\text{جتا}\,\theta_{\text{س}} ، \text{م}\,\text{جتا}\,\theta_{\text{ص}} ، \text{م}\,\text{جتا}\,\theta_{\text{ع}})$ حيث $\text{م} \in \text{ح}^*$ تسمى نسب اتجاه للمستقيم وهى مركبات متجه اتجاه له.

② فى معادلة المستقيم بالصورة الإحداثية $\frac{\text{س} - \text{س}_1}{\text{أ}} = \frac{\text{ص} - \text{ص}_1}{\text{ب}} = \frac{\text{ع} - \text{ع}_1}{\text{ح}}$ حيث $(\text{س}_1 ، \text{ص}_1 ، \text{ع}_1)$ نقطة عليه ، $(\text{أ} ، \text{ب} ، \text{ح})$ متجه اتجاه له

إذا كان

- $\text{أ} = 0$ تصبح: $\text{س} = \text{س}_1 ، \frac{\text{ص} - \text{ص}_1}{\text{ب}} = \frac{\text{ع} - \text{ع}_1}{\text{ح}}$
- $\text{ب} = 0$ تصبح: $\text{ص} = \text{ص}_1 ، \frac{\text{س} - \text{س}_1}{\text{أ}} = \frac{\text{ع} - \text{ع}_1}{\text{ح}}$
- $\text{ح} = 0$ تصبح: $\text{ع} = \text{ع}_1 ، \frac{\text{س} - \text{س}_1}{\text{أ}} = \frac{\text{ص} - \text{ص}_1}{\text{ب}}$

③ معادلة المحور

- س هى $\text{ص} = 0 ، \text{ع} = 0$ ومتجه اتجاهه $(\text{ك} ، 0 ، 0)$
- ص هى $\text{س} = 0 ، \text{ع} = 0$ ومتجه اتجاهه $(0 ، \text{ك} ، 0)$
- ع هى $\text{س} = 0 ، \text{ص} = 0$ ومتجه اتجاهه $(0 ، 0 ، \text{ك})$

حيث $\text{ك} \neq 0$

④ معادلة المستقيم المار بالنقطة (س$_1$ ، ص$_1$ ، ع$_1$) ويوازى المحور

- س ← هى ← ص = ص$_1$ ، ع = ع$_1$
- ص ← هى ← س = س$_1$ ، ع = ع$_1$
- ع ← هى ← س = س$_1$ ، ص = ص$_1$

⑤ معادلة المستقيم المار بنقطة الأصل ، (أ ، ب ، حـ) متجه اتجاه له هى :

⇐ $\overrightarrow{ر}$ = ك (أ ، ب ، حـ) «الصورة الاتجاهية»

⇐ س = ك أ ، ص = ك ب ، ع = ك حـ «المعادلات البارامترية»

⇐ $\frac{س}{أ} = \frac{ص}{ب} = \frac{ع}{حـ}$ «الصورة الإحداثية»

⑥ إذا علمت نقطتان أ ، ب على المستقيم فإن :

⇐ متجه اتجاه المستقيم = $\overrightarrow{أب} = \overrightarrow{ب} - \overrightarrow{أ}$

⇐ ك $\overrightarrow{أب}$ حيث ك ∈ ح* هو أيضًا متجه اتجاه لنفس المستقيم.

⑦ المستقيم المار بنقطة الأصل وبالنقطة أ (س$_1$ ، ص$_1$ ، ع$_1$)

فإن : $\overrightarrow{أ}$ = (س$_1$ ، ص$_1$ ، ع$_1$) متجه اتجاه للمستقيم.

⑧ • المستقيم الذى متجه اتجاه له $\overrightarrow{ى}$ = (أ ، ب ، ٠) يقع فى مستوى يوازى المستوى س ص وكذلك المستقيم الذى متجه اتجاه له $\overrightarrow{ى}$ = (أ ، ٠ ، حـ) يقع فى مستوى يوازى المستوى س ع والمستقيم الذى متجه اتجاه له $\overrightarrow{ى}$ = (٠ ، ب ، حـ) يقع فى مستوى يوازى المستوى ص ع

• لاحظ الفرق بين جيوب تمام الاتجاه للمستقيم ونسب الاتجاه للمستقيم :

⇐ إذا كان ل ، م ، ن هى جيوب تمام الاتجاه للمستقيم

فإن : (ل ، م ، ن) هو متجه وحدة فى اتجاه المستقيم ، ل^2 + م^2 + ن^2 = ١

«لأن جتا^2 $\theta_{س}$ + جتا^2 $\theta_{ص}$ + جتا^2 $\theta_{ع}$ = ١»

⇐ إذا كان : أ ، ب ، حـ هى نسب اتجاه لنفس المستقيم

فإن : (أ ، ب ، حـ) هو متجه اتجاه للمستقيم ، (أ ، ب ، حـ) = ك (ل ، م ، ن) ، ك ≠ ٠

⇐ (ل ، م ، ن) = $\frac{(أ ، ب ، حـ)}{\sqrt{أ^2 + ب^2 + حـ^2}}$

معادلة المستوى فى الفراغ

يتطلب إيجاد معادلة المستوى فى الفراغ معرفة نقطة أ $(س_١ ، ص_١ ، ع_١)$ تقع عليه ومتجه اتجاه عمودى عليه $\overrightarrow{ن} = (أ ، ب ، حـ)$ فتكون معادلة المستوى :

- $\overrightarrow{ن} \cdot \overrightarrow{ر} = \overrightarrow{ن} \cdot \overrightarrow{أ}$ «المعادلة المتجهة لمعادلة المستوى»
- $أ (س - س_١) + ب (ص - ص_١) + حـ (ع - ع_١) = ٠$ «الصورة القياسية لمعادلة المستوى»
- $أ س + ب ص + حـ ع + د = ٠$ «الصورة العامة لمعادلة المستوى»

*** يمكن أيضًا إيجاد معادلة المستوى فى الحالات الآتية :**

① بمعلومية أطوال الأجزاء المقطوعة من محاور الإحداثيات : $\frac{س}{س_١} + \frac{ص}{ص_١} + \frac{ع}{ع_١} = ١$

حيث يقطع المستوى محاور الإحداثيات فى النقاط $(س_١ ، ٠ ، ٠)$ ، $(٠ ، ص_١ ، ٠)$ ، $(٠ ، ٠ ، ع_١)$

② بمعلومية ٣ نقاط أ $(س_١ ، ص_١ ، ع_١)$ ، ب $(س_٢ ، ص_٢ ، ع_٢)$ ، حـ $(س_٣ ، ص_٣ ، ع_٣)$ تقع عليه وليست على استقامة واحدة نتبع الخطوات التالية :

- نوجد ناتج الضرب الاتجاهى $\overrightarrow{أب} \times \overrightarrow{ب حـ}$ فيكون متجه اتجاه عمودى للمستوى $(\overrightarrow{ن})$
- نستخدم أى نقطة من الثلاث.
- نوجد المعادلة المتجهة للمستوى : $\overrightarrow{ن} \cdot \overrightarrow{ر} = \overrightarrow{ن} \cdot \overrightarrow{أ}$
- ويمكن إيجادها مباشرة من المحدد : $\begin{vmatrix} س - س_١ & ص - ص_١ & ع - ع_١ \\ س_٢ - س_١ & ص_٢ - ص_١ & ع_٢ - ع_١ \\ س_٣ - س_١ & ص_٣ - ص_١ & ع_٣ - ع_١ \end{vmatrix} = ٠$

ملاحظات

* من المعادلة العامة للمستوى ط : أ س + ب ص + حـ ع + ء = ٠ نستنتج أن :

- (أ ، ب ، حـ) متجه اتجاه عمودى على المستوى ط ، ء = − م . ن حيث م متجه موضع نقطة ∈ المستوى ، ن متجه الاتجاه العمودى.
- أى مستوى يوازى المستوى ط يكون المتجه (أ ، ب ، حـ) متجه اتجاه عمودى له أيضًا.
- إذا كانت ء = صفر فإن المستوى يحوى نقطة الأصل.
- إذا كانت

إذا كانت	فإن المعادلة تصبح	وهى معادلة مستوى	وعموديًا على المستوى
أ = ٠	ب ص + حـ ع + ء = ٠	يوازى محور س	ص ع
ب = ٠	أ س + حـ ع + ء = ٠	يوازى محور ص	س ع
حـ = ٠	أ س + ب ص + ء = ٠	يوازى محور ع	س ص

- إذا كانت

إذا كانت	فإن المعادلة تصبح	وهى معادلة مستوى	وعموديًا على المستوى
أ = ء = ٠	ب ص + حـ ع = ٠	يحوى المحور س	ص ع
ب = ء = ٠	أ س + حـ ع = ٠	يحوى المحور ص	س ع
حـ = ء = ٠	أ س + ب ص = ٠	يحوى المحور ع	س ص

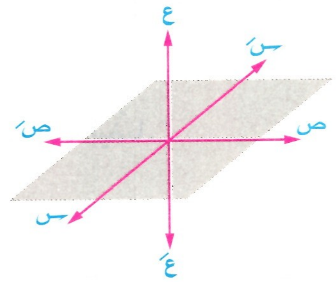
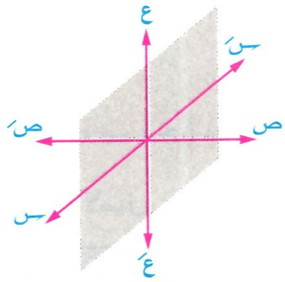
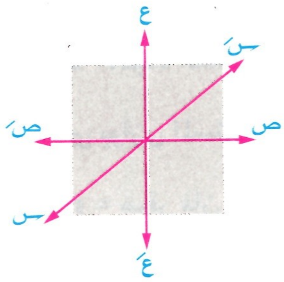
- معادلة المستوى س ص هى ع = ٠ ، المعادلة ع = أ هى معادلة مستوى يوازى المستوى س ص
- معادلة المستوى ص ع هى س = ٠ ، المعادلة س = أ هى معادلة مستوى يوازى المستوى ص ع
- معادلة المستوى س ع هى ص = ٠ ، المعادلة ص = أ هى معادلة مستوى يوازى المستوى س ع
- إذا كانت : هـ (س$_1$ ، ص$_1$ ، ع$_1$) ، و (س$_2$ ، ص$_2$ ، ع$_2$) ، ن (س$_3$ ، ص$_3$ ، ع$_3$)

ثلاثة نقاط فى الفراغ وكان التعويض عنهم فى معادلة المستوى كالتالى :

أ س$_1$ + ب ص$_1$ + حـ ع$_1$ + ء = ٠ ، أ س$_2$ + ب ص$_2$ + حـ ع$_2$ + ء > ٠ ، أ س$_3$ + ب ص$_3$ + حـ ع$_3$ + ء < ٠

فمعنى ذلك أن : هـ (س$_1$ ، ص$_1$ ، ع$_1$) تنتمى للمستوى ، و (س$_2$ ، ص$_2$ ، ع$_2$) ، ن (س$_3$ ، ص$_3$ ، ع$_3$) لا تنتميان للمستوى وكل منهما يقع فى جهة مختلفة عن الأخرى بالنسبة للمستوى.

- **مستويات الإحداثيات :**

المستوى الإحداثى س ص	المستوى الإحداثى س ع	المستوى الإحداثى ص ع
		
يحوى جميع نقط الفراغ التى إحداثياتها (س ، ص ، ٠) وتكون معادلته ع = ٠	يحوى جميع نقط الفراغ التى إحداثياتها (س ، ٠ ، ع) وتكون معادلته ص = ٠	يحوى جميع نقط الفراغ التى إحداثياتها (٠ ، ص ، ع) وتكون معادلته س = ٠

- **معادلة المستوى الذى يحوى جميع نقط الفراغ التى على الصورة.**
  - (س ، ص ، أ) هى ع = أ
  - (س ، أ ، ع) هى ص = أ
  - (أ ، ص ، ع) هى س = أ

  حيث أ ثابت ∈ ح

*** الزاوية بين (متجهين – مستقيمين – مستويين – مستقيم ومستوى) فى الفراغ :**

① الزاوية الصغرى θ بين متجهين $\overrightarrow{أ}$ ، $\overrightarrow{ب}$ فى الفراغ نوجدها من العلاقة :

متجهين $\quad \boxed{جتا\,\theta = \dfrac{\overrightarrow{أ} \cdot \overrightarrow{ب}}{\|\overrightarrow{أ}\|\,\|\overrightarrow{ب}\|}}$ حيث $0 \le \theta \le 180^\circ$

② الزاوية θ بين مستقيمين $ل_1$ ، $ل_2$ فى الفراغ حيث متجها اتجاهيهما $\overrightarrow{ى_1}$ ، $\overrightarrow{ى_2}$ نوجدها من العلاقة :

مستقيمين $\quad \boxed{جتا\,\theta = \dfrac{|\overrightarrow{ى_1} \cdot \overrightarrow{ى_2}|}{\|\overrightarrow{ى_1}\|\,\|\overrightarrow{ى_2}\|}}$ حيث $0 \le \theta \le 90^\circ$

وإذا كان $(ل_1 ، م_1 ، ن_1)$ ، $(ل_2 ، م_2 ، ن_2)$ هى جيوب تمام الاتجاه للمستقيمين

فإن : $جتا\,\theta = |ل_1\,ل_2 + م_1\,م_2 + ن_1\,ن_2|$

③ الزاوية θ بين مستويين فى الفراغ حيث $\overrightarrow{ن_1}$ متجه الاتجاه العمودى على الأول

، $\overrightarrow{ن_2}$ متجه الاتجاه العمودى على الثانى نوجدها من العلاقة :

مستويين $\quad \boxed{جتا\,\theta = \dfrac{|\overrightarrow{ن_1} \cdot \overrightarrow{ن_2}|}{\|\overrightarrow{ن_1}\|\,\|\overrightarrow{ن_2}\|}}$ حيث $0 \le \theta \le 90^\circ$

④ قياس الزاوية بين مستقيم فى الفراغ متجه اتجاهه $\overrightarrow{\text{هـ}}$ ومستوى متجه الاتجاه العمودى عليه $\overrightarrow{\text{ن}}$ هو

$(90^\circ - \theta)$ حيث : $\boxed{\text{جا}\ \theta = \dfrac{|\overrightarrow{\text{ن}} \cdot \overrightarrow{\text{هـ}}|}{\|\overrightarrow{\text{ن}}\|\ \|\overrightarrow{\text{هـ}}\|}}$

*** شرط توازى (مستقيمين – مستويين) فى الفراغ :**

① شرط توازى مستقيمين ل_1 ، ل_2 فى الفراغ هو توازى متجهى اتجاهيهما أى $\boxed{\overrightarrow{\text{هـ}}_1 \parallel \overrightarrow{\text{هـ}}_2}$

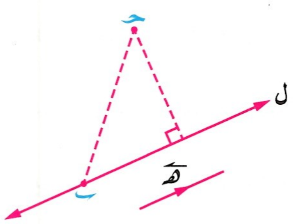
② شرط توازى مستويين فى الفراغ هو توازى متجهى الاتجاه العموديين عليهما أى $\boxed{\overrightarrow{\text{ن}}_1 \parallel \overrightarrow{\text{ن}}_2}$

*** شرط تعامد (مستقيمين – مستويين) فى الفراغ :**

① شرط تعامد مستقيمين هو تعامد متجهى اتجاهيهما أى $\overrightarrow{\text{هـ}}_1 \perp \overrightarrow{\text{هـ}}_2$

② شرط تعامد مستويين هو تعامد متجهى الاتجاه العموديين عليهما أى $\overrightarrow{\text{ن}}_1 \perp \overrightarrow{\text{ن}}_2$

*** طول العمود من نقطة إلى مستقيم فى الفراغ :**



بفرض مستقيم ل فى الفراغ حيث ب نقطة عليه ، $\overrightarrow{\text{هـ}}$ متجه اتجاه له

فإن بعد نقطة حـ فى الفراغ عن المستقيم ل = $\dfrac{\|\overrightarrow{\text{حـ ب}} \times \overrightarrow{\text{هـ}}\|}{\|\overrightarrow{\text{هـ}}\|}$

*** طول العمود من نقطة إلى مستوى :**

إذا كانت المعادلة العامة للمستوى هى أ س + ب ص + حـ ع + د = ٠

فإن طول العمود المرسوم من النقطة م $(\text{س}_1 ، \text{ص}_1 ، \text{ع}_1)$ إلى المستوى هو $\boxed{\text{ل} = \dfrac{|\text{أ}\,\text{س}_1 + \text{ب}\,\text{ص}_1 + \text{حـ}\,\text{ع}_1 + \text{د}|}{\sqrt{\text{أ}^2 + \text{ب}^2 + \text{حـ}^2}}}$

طول العمود المرسوم من النقطة $(\text{س}_1 ، \text{ص}_1 ، \text{ع}_1)$ على ... أو بُعد النقطة $(\text{س}_1 ، \text{ص}_1 ، \text{ع}_1)$ عن ...

- المحور س = $\sqrt{\text{ص}_1^2 + \text{ع}_1^2}$
- المحور ص = $\sqrt{\text{س}_1^2 + \text{ع}_1^2}$
- المحور ع = $\sqrt{\text{س}_1^2 + \text{ص}_1^2}$

طول العمود المرسوم من النقطة $(\text{س}_1 ، \text{ص}_1 ، \text{ع}_1)$ على ... أو بُعد النقطة $(\text{س}_1 ، \text{ص}_1 ، \text{ع}_1)$ عن ...

- المستوى ص ع = $|\text{س}_1|$
- المستوى س ع = $|\text{ص}_1|$
- المستوى س ص = $|\text{ع}_1|$

عند حل معادلتى مستقيمين فى الفراغ معًا وكانت	عند حل معادلتى مستقيم ومستوى فى الفراغ معًا وكانت
(١) مجموعة الحل = $\varnothing$ فإن المستقيمين متخالفان أو متوازيان. (٢) مجموعة الحل = نقطة واحدة فإن المستقيمين متقاطعان ويحويهما مستوى واحد. * إذا اشترك المستقيمان فى أكثر من نقطة فإنهما ينطبقان.	(١) مجموعة الحل = $\varnothing$ فإن المستقيم يوازى المستوى. (٢) مجموعة الحل = نقطة واحدة فإن المستقيم يقطع المستوى فى هذه النقطة. * إذا اشترك مستقيم ومستوى فى أكثر من نقطة فإن المستوى يحوى هذا المستقيم.

*** معادلة خط تقاطع مستويين :**

إذا كانت $ط_١$: $أ_١ س + ب_١ ص + ح_١ ع + ى_١ = ٠$ ، $ط_٢$: $أ_٢ س + ب_٢ ص + ح_٢ ع + ى_٢ = ٠$

معادلتى مستويين مختلفين فى الفراغ وكانت النسب $\frac{أ_١}{أ_٢}$ ، $\frac{ب_١}{ب_٢}$ ، $\frac{ح_١}{ح_٢}$

ليست جميعها متساوية فإن المستويين يتقاطعان ويمكننا إيجاد معادلة خط التقاطع عن طريق حذف المتغير ع لإيجاد قيمة س بدلالة ص ثم حذف المتغير ص لإيجاد قيمة س بدلالة ع واستنتاج معادلة الخط المستقيم.

*** إيجاد نقطة تنتمى إلى المستقيم :**

فمثلًا لإيجاد نقطة تنتمى للمستقيم $\overrightarrow{ر} = (٥ ، -٤ ، ٢) + ك (٣ ، ٦ ، -٥)$ نضع أى قيمة للبارامتر $ك \in ح$ فمثلًا نضع $ك = ١$ فإن $(٨ ، ٢ ، -٣)$ تنتمى لهذا المستقيم.

*** إيجاد نقطة تنتمى إلى المستوى :**

فمثلًا لإيجاد نقطة تنتمى للمستوى $٢ س + ٣ ص - ٥ ع + ٩ = ٠$ نضع قيم حقيقية لمتغيرين ونحسب الثالث

فمثلًا نضع $س = ٠$ ، $ص = ٢$ فى المعادلة فيكون :

$٢ (٠) + ٣ (٢) - ٥ ع + ٩ = ٠$ $\therefore ع = ٣$

$\therefore$ النقطة $(٠ ، ٢ ، ٣)$ تنتمى للمستوى.

*** إيجاد نقطة تنتمى لخط تقاطع مستويين متقاطعين :**

فمثلًا لإيجاد نقطة تنتمى لخط تقاطع المستويين المتقاطعين $س + ٤ ص - ع = ٥$ ، $٣ س - ص + ٢ ع = ٤$

نضع أى قيمة حقيقية لأى متغير فمثلًا نضع $س = ٢$ فى المعادلتين

∴ ٤ ص − ع = ٣ ، − ص + ٢ ع = −٢ وبحل المعادلتين معًا

∴ ص = $\frac{٤}{٧}$ ، ع = $-\frac{٥}{٧}$

∴ النقطة (٢ ، $\frac{٤}{٧}$ ، $\frac{-٥}{٧}$) تنتمى لخط تقاطع المستويين.

ملاحظات

① المستقيمان المتوازيان يجمعهما مستوى واحد.

② المستقيمان المتقاطعان يجمعهما مستوى واحد.

③ المستقيمان المتعامدان :

أما أن يكونا متقاطعين على التعامد وعندها يجمعهما مستوى واحد

أ، متخالفين وعندها لا يمكن أن يجمعهما مستوى واحد.

④ إذا توازى مستقيمان وكانت نقطة على أحدهما تحقق معادلة المستقيم الآخر فإن المستقيمين منطبقان.

⑤ فى المستويين :

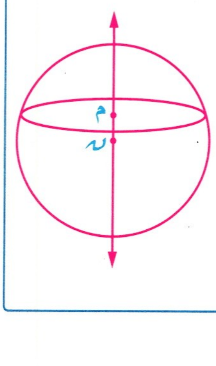
$أ_١ س + ب_١ ص + حـ_١ ع + ى_١ = ٠$

، $أ_٢ س + ب_٢ ص + حـ_٢ ع + ى_٢ = ٠$ إذا كان :

(١) $\frac{أ_١}{أ_٢} = \frac{ب_١}{ب_٢} = \frac{حـ_١}{حـ_٢} \neq \frac{ى_١}{ى_٢}$ فإن المستويين متوازيان وغير منطبقين.

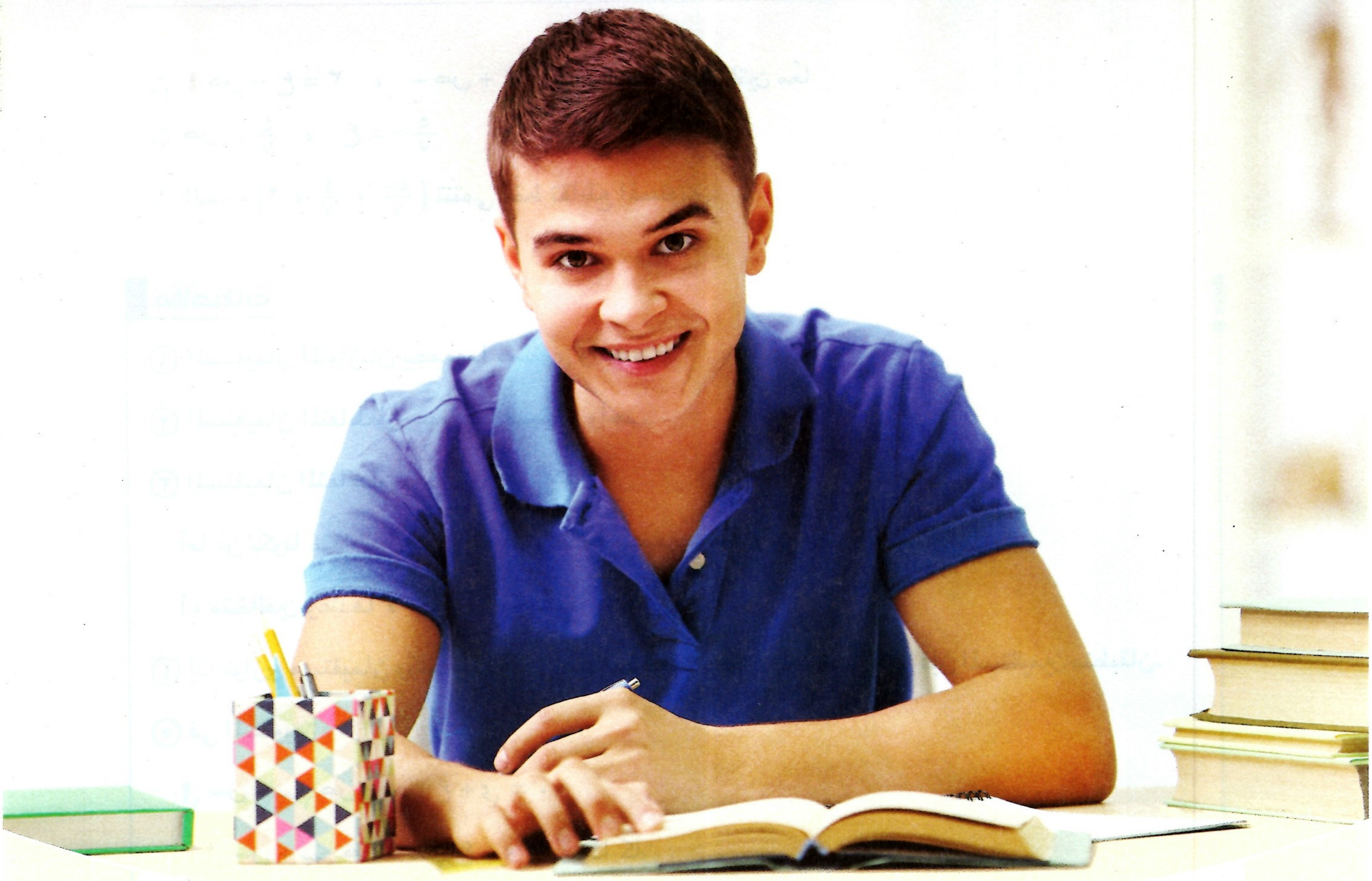
(٢) $\frac{أ_١}{أ_٢} = \frac{ب_١}{ب_٢} = \frac{حـ_١}{حـ_٢} = \frac{ى_١}{ى_٢}$ فإن المستويين منطبقان.

⑥ لإيجاد المسافة بين مستويين متوازيين فى الفراغ نوجد نقطة تقع على أحدهما ونحسب طول العمود المرسوم من هذه النقطة إلى المستوى الآخر.



⑦ المستقيم المار بمركز كرة ومركز الدائرة الناتجة من تقاطع مستوى مع هذه الكرة يكون عموديًا على مستوى الدائرة

فمثلًا : إذا قطع مستوى كرة مركزها ن ونتج من تقاطعهما دائرة مركزها م فإن $\overleftrightarrow{من}$ يكون عموديًا على مستوى الدائرة م



بنك أسئلة الاختيار من متعدد

في

الجبر
والهندسة الفراغية

أولًا مسائل كلامية على التباديل والتوافيق

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد طرق اختيار فريق من ٦ أشخاص من بين ١٢ شخصًا يساوى ....

(أ) $^{١٢}ل_{٦}$ (ب) $^{١٧}ق_{٦}$ (جـ) $^{١٢}ق_{٦}$ (د) $^{١٧}ق_{١٢}$

---

٢ بكم طريقة يمكن لحسام أن يتناول وجبة ومشروبًا من ثلاث وجبات (كفتة – فراخ – سمك) ومشروبين (عصير – مياه غازية) ؟ ....

(أ) $٣^{٢}$ (ب) $^{٣}ق_{٢}$ (جـ) $^{٣}ل_{٢}$ (د) ٣| ٢|

---

٣ اشترك ١٢ لاعبًا من مسابقة للسباحة ، كم طريقة يمكن بها ترتيب المركز الأول والثانى والثالث ؟

(أ) ١٢٣٠ (ب) ١٣٢٠ (جـ) ٢٣١٠ (د) ٣٢١٠

---

٤ حقيبة بها ٥ كرات مرقمة من ١ إلى ٥ سحبت كرتان الواحدة بعد الأخرى مع الإحلال فإن عدد الطرق الممكنة يساوى ....

(أ) $٥^{٢}$ (ب) $٢^{٥}$ (جـ) $^{٥}ق_{٢}$ (د) $^{٥}ل_{٢}$

---

٥ إذا كانت : س = {س : س ∈ ط ، ٥ ≤ س ≤ ٩} وكانت ص = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ س}

فإن : ن(ص) = ...

(أ) $^{٥}ل_{٢}$ (ب) $^{٥}ق_{٢}$ (جـ) $٥^{٢}$ (د) $٢^{٥}$

---

٦ إذا كانت : س = {س : س ∈ ط ، ٥ ≤ س ≤ ٩}

وكانت ص = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ س ، أ ≠ ب} فإن عدد عناصر ص = ...

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ١٢٠ (د) ٥

---

٧ إذا كانت : س = {س : س ∈ ص ، -٢ ≤ س ≤ ٦}

، ع = {{أ ، ب ، جـ} : أ ∈ س ، ب ∈ س ، جـ ∈ س} فإن عدد عناصر ع = ...

(أ) ٥٠٤ (ب) ٣٣٦ (جـ) ٨٤ (د) ٥٦

٨ عدد الأعداد المكونة من ثلاثة أرقام التى يمكن تكوينها من الأرقام ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ يساوى ....

(أ) ١٢٥ (ب) ١٥ (ج) |٣ (د) |٥

٩ عدد طرق تكوين عدد مكون من أربعة أرقام مختلفة من الأرقام ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧ يساوى ....

(أ) ٤ |٤ (ب) |٤ (ج) |٥ (د) ٥ |٧

١٠ من مجموعة الأرقام {٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩} بكم طريقة يمكن تكوين عدد مكون من رقمين مختلفين أو من ثلاث أرقام مختلفة ....

(أ) ٢٠ (ب) ٨٠ (ج) ١٠٠ (د) ١٢٠٠

١١ عدد الطرق لتكوين عدد مكون من رقمين مختلفين من الأعداد {٠ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٦ ، ٧ ، ٨} ويكون أكبر من ٤٠ هو ....

(أ) ٢٣ (ب) ٢٨ (ج) ٥٦ (د) ١٢٠

١٢ عدد طرق اختيار عدد زوجى وعددين فرديين من ٤ أعداد زوجية و ٥ أعداد فردية يساوى ....

(أ) ٤ $^{٥}ق_{٢}$ (ب) ٤ + $^{٥}ق_{٢}$ (ج) ٤ $^{٥}ل_{٢}$ (د) ٤ + $^{٥}ل_{٢}$

١٣ عدد طرق اختيار عدد زوجى أو عددين فرديين من ٤ أعداد زوجية ، ٥ أعداد فردية يساوى ....

(أ) ٤ $^{٥}ق_{٢}$ (ب) ٤ + $^{٥}ق_{٢}$ (ج) ٤ $^{٥}ل_{٢}$ (د) ٤ + $^{٥}ل_{٢}$

١٤ عدد طرق تكوين عدد أولى مكون من ٣ أرقام مختلفة من مجموعة الأرقام ٣ ، ٤ ، ٥ هو ....

(أ) ٦ (ب) ٣ (ج) ١ (د) صفر

١٥ عدد الأعداد الزوجية المكونة من رقمين مختلفين التى يمكن تكوينها من الأرقام ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ يساوى ....

(أ) ٦ (ب) ٥ (ج) ٩ (د) ١٥

١٦ عدد طرق اختيار مجموعة من ٣ طالبات و ٤ طلاب من بين ٥ طالبات و ٧ طلاب يساوى ....

(أ) $^{٥}ل_{٣} \times {}^{٧}ل_{٤}$ (ب) $^{٥}ل_{٣} + {}^{٧}ل_{٤}$

(ج) $^{٥}ق_{٣} \times {}^{٧}ق_{٤}$ (د) $^{٥}ق_{٣} + {}^{٧}ق_{٤}$

١٧ عدد طرق اختيار حرفين أو ثلاثة أحرف مختلفة معًا من عناصر المجموعة : {أ ، ب ، حـ ، ء ، هـ ، و}

هى ....

(أ) ${}^{٦}ق_{٢} \times {}^{٦}ق_{٣}$ (ب) ${}^{٦}ل_{٢} \times {}^{٦}ل_{٣}$

(جـ) ${}^{٦}ق_{٢} + {}^{٦}ق_{٣}$ (د) ${}^{٦}ل_{٢} + {}^{٦}ل_{٣}$

١٨ عدد طرق اختيار أربعة أحرف على الأقل مختلفة معًا من عناصر المجموعة : {أ ، ب ، حـ ، ء ، هـ}

هى ....

(أ) ${}^{٥}ق_{٤} + {}^{٥}ق_{٥}$ (ب) ${}^{٥}ق_{٤} \times {}^{٥}ق_{٥}$

(جـ) ${}^{٥}ل_{٤} + {}^{٥}ل_{٥}$ (د) ${}^{٥}ل_{٤} \times {}^{٥}ل_{٥}$

١٩ عدد طرق اختيار فريق مكون من ٤ أفراد من نفس الجنس من بين ٩ أولاد و٦ بنات يساوى ....

(أ) ${}^{١٥}ق_{٤}$ (ب) ${}^{٩}ق_{٤}$ (جـ) ${}^{٩}ق_{٤} \times {}^{٦}ق_{٤}$ (د) ${}^{٩}ق_{٤} + {}^{٦}ق_{٤}$

٢٠ عدد طرق اختيار فريق مكون من ٧ أفراد من ٩ بنات ، ٥ أولاد إذا كان الفريق يحتوى على ٣ أولاد فقط

يساوى ....

(أ) ١٣٦ (ب) ٣٠٨٤ (جـ) ١٢٦٠ (د) ١٢٨٧

٢١ عدد طرق اختيار ٣ أشخاص معًا من مجموعة مكونة من ٥ رجال ، ٣ نساء إذا كان الأشخاص الثلاثة

فيهم أثنان فقط من نفس الجنس يساوى ....

(أ) ${}^{٥}ق_{٢} + {}^{٣}ق_{١}$ (ب) ${}^{٥}ق_{١} + {}^{٣}ق_{٢}$

(جـ) ${}^{٥}ق_{٢} \times {}^{٣}ق_{١}$ (د) ${}^{٥}ق_{٢} \times {}^{٣}ق_{١} + {}^{٥}ق_{١} \times {}^{٣}ق_{٢}$

٢٢ عدد طرق توزيع ٣ كرات متماثلة على ٤ صناديق متمايزة يساوى ....

(أ) ${}^{٤}ق_{٣}$ (ب) ${}^{٤}ل_{٣}$ (جـ) ${}^{٦}ق_{٣}$ (د) ${}^{٦}ق_{٤}$

٢٣ عدد الطرق التى يمكن وضع ٣ كرات متماثلة فى ٥ خانات على صف واحد إذا كانت الخانة لا تسع إلا لكرة

واحدة هو ....

(أ) $٥^{٣}$ (ب) ${}^{٥}ل_{٣}$ (جـ) ${}^{٧}ق_{٥}$ (د) ${}^{٥}ق_{٣}$

٢٤ عدد الطرق التى يمكن بها توزيع ٨ جوائز بالتساوى على ٤ طلاب يساوى ....

(أ) $^{8}ق_{4}$ (ب) $^{8}ق_{2}$

(ج) $^{8}ق_{2} + {}^{6}ق_{2} + {}^{4}ق_{2} + 1$ (د) $^{8}ق_{2} \times {}^{6}ق_{2} \times {}^{4}ق_{2}$

---

٢٥ عدد طرق توزيع ٨ كرات متطابقة فى ٣ صناديق مختلفة بحيث لا يوجد صندوق فارغ ....

(أ) ٢١ (ب) ٢٨ (ج) ٤٢ (د) ٥٦

---

٢٦ عدد طرق توزيع ١٥ بطاقة متماثلة على ٤ أشخاص بحيث لا يأخذ أى منهم أقل من بطاقتين يساوى ....

(أ) $^{15}ق_{4}$ (ب) $^{7}ق_{4}$ (ج) $^{10}ق_{4}$ (د) $^{10}ق_{7}$

---

٢٧ فى إحدى المحافظات تتكون اللوحات المعدنية للسيارات من ٣ حروف مختلفة تليها ٤ أرقام مختلفة إذا كان عدد الحروف الأبجدية المستخدمة ٢٦ حرفًا والأرقام المستخدمة هى (١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ٩) فإن عدد اللوحات التى يمكن تكوينها فى هذه المحافظة يساوى ....

(أ) $^{26}ل_{3} \times {}^{9}ل_{4}$ (ب) $^{26}ل_{3} + {}^{9}ل_{4}$ (ج) $^{26}ق_{3} \times {}^{9}ق_{4}$ (د) $^{26}ق_{3} + {}^{9}ق_{4}$

---

٢٨ لجنة مؤلفة من ١٢ عضوًا بكم طريقة يمكن اختيار رئيسًا ونائب للرئيس ثم عدد ٢ مساعدين لهذه اللجنة ؟

(أ) ٤٨٠ (ب) ٤٩٥ (ج) ١١٨٨٠ (د) ٥٩٤٠

---

٢٩ عدد الطرق المختلفة التى يمكن بها لشخص دعوة صديق أو أكثر من ٦ أصدقاء يساوى ....

(أ) ١٥ (ب) ٣٠ (ج) ٦٣ (د) ١٢٠

---

٣٠ عند دخول ٥ سيارات واحدة تلو الأخرى فى أحد مواقف السيارات وكان هناك ٧ أماكن للانتظار على شكل صف فإن عدد طرق شغل هذه الأماكن يساوى ....

(أ) $^{7}ق_{5}$ (ب) $^{7}ل_{5}$ (ج) $\underline{|5}$ (د) $\underline{|7}$

---

٣١ يجب على الطالب أن يجيب على ١٠ أسئلة من ١٣ سؤال بشرط أن يجيب عن ٤ أسئلة على الأقل من الأسئلة الخمس الأولى ، كم طريقة يمكن أن يجيب بها الطالب ؟

(أ) ١٤٠ (ب) ١٩٦ (ج) ٢٨٠ (د) ٣٤٦

٣٢ عدد طرق الموافقة على قرار بالأغلبية للجنة مكونة من ٥ أشخاص = ...

(أ) ١٦ (ب) ٥٠ (ج) ٣٠٠ (د) ١٢٠

---

٣٣ عدد الطرق التى يمكن بها انتخاب لجنتين كل منهما تتكون من ٣ أشخاص من بين ١٢ شخصًا بحيث لا يدخل الشخص فى كلتا اللجنتين هو ....

(أ) $^{١٢}ق_٣ \times {}^{٩}ق_٣$ (ب) $^{١٢}ق_٣ + {}^{٩}ق_٣$

(ج) $^{١٢}ل_٣ + {}^{٩}ل_٣$ (د) $^{١٢}ل_٣ \times {}^{٩}ل_٣$

---

٣٤ عدد أقطار مضلع عدد أضلاعه م هو ....

(أ) $^{م}ق_٢$ (ب) $^{م}ق_٢ - ٢$ (ج) $^{م}ق_٢ - م$ (د) $^{م}ل_٢ - م$

---

٣٥ عدد أقطار مضلع عدد أضلاعه ٨ أضلاع يساوى .... قطرًا.

(أ) ٢٠ (ب) ٨ (ج) ٢٨ (د) ١٠

---

٣٦ المضلع الذى يحتوى على ٤٤ قطرًا عدد أضلاعه يساوى ....

(أ) ١١ (ب) ١٠ (ج) ١٢ (د) ١٣

---

٣٧ عدد المثلثات التى يمكن رسمها بحيث رؤوسه تكون من رؤوس مضلع ثمانى هى ....

(أ) $٨^٣$ (ب) $^{٨}ل_٣$ (ج) $^{٨}ق_٣$ (د) $^{١٠}ق_٨$

---

٣٨ إذا كانت النقط أ ، ب ، حـ ، ء ، هـ تقع على دائرة فإن عدد المضلعات التى يمكن رسمها ويكون رؤوسها من هذه النقط = ...

(أ) ٥ (ب) ٥٠ (ج) ١٦ (د) ٩

---

٣٩ إذا كان لدينا الأعداد ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ وبفرض السماح بتكرار الرقم كم عددًا زوجيًا أكبر من ٣٠٠ وأصغر من ١٠٠ ٠٠٠ يمكن تكوينه ؟

(أ) ١١١ (ب) ٨١٢ (ج) ١٥٣٠ (د) ٢٥٤٠

---

٤٠ إذا كان لدينا الأعداد ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ وبفرض عدم السماح بتكرار الرقم. كم عددًا زوجيًا أكبر من ٣٠٠ وأصغر من ١٠٠ ٠٠٠ يمكن تكوينه ؟

(أ) ١١١ (ب) ٨١٢ (ج) ١٥٣٠ (د) ٢٥٤٠

٤١ عدد طرق تكوين عدد زوجي مكون من ٣ أرقام مختلفة بحيث يكون أكبر من ٥٠٠ من مجموعة الأرقام {٠ ، ٢ ، ٣ ، ٦ ، ٧} يساوى ....

(أ) ١٥ (ب) ١٨ (جـ) ٣٠ (د) ٧٥

٤٢ ٤ رجال و ٣ سيدات وطفلين يراد جلوسهم فى دائرة فإن عدد طرق ترتيب جلوسهم = ...

(أ) ٨| (ب) ٩| (جـ) $\frac{١}{٢}$ ٨| (د) $\frac{١}{٢}$ ٩|

٤٣ عدد طرق وقوف ٤ سيارات متجاورة فى ساحة انتظار بها ١٠ أماكن متمايزة للوقوف على شكل دائرة يساوى ....

(أ) ١٠ ٤| (ب) ٧ ٤| (جـ) ٩ ٣| (د) ٩ ٤|

٤٤ عدد طرق وقوف ٤ سيارات متجاورة فى ساحة انتظار بها ١٠ أماكن للوقوف على شكل صف يساوى ....

(أ) ٧ ٣| (ب) ٧ ٤| (جـ) ٩ ٣| (د) ٩ ٤|

٤٥ عدد طرق تكوين عدد يقبل القسمة على ٣ ومكون من ٥ أرقام مختلفة من الأرقام صفر ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ يساوى ....

(أ) ٢١٦ (ب) ٢٤٠ (جـ) ٦٠٠ (د) ٣١٢٥

٤٦ مضلع منتظم عدد أقطاره ضعف عدد أضلاعه فإن عدد أضلاع هذا المضلع يساوى ....

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ٨

٤٧ عدد طرق ترتيب ٤ رجال و٣ سيدات فى صف بحيث تكون السيدات متجاورة هو ....

(أ) ٤| ٣| (ب) ٥| (جـ) ٥ ٣| (د) ٥| ٣|

٤٨ عدد طرق جلوس ٤ أولاد و ٣ بنات فى صف به ٧ مقاعد بحيث يكون الأولاد متجاورين والبنات متجاورات يساوى ....

(أ) ٧| (ب) ٤| ٣| (جـ) $^{٧}ل_{٣} \times {}^{٧}ل_{٤}$ (د) ٢ ٤| ٣|

ثانيًا مسائل على قوانين التباديل والتوافيق

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : ${}^{ن}ق_{٣} = ٤$ فإن : ن = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

---

٢ إذا كان : ${}^{٦}ق_{ر} = {}^{٥}ق_{ر}$ فإن : ر = ...

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) صفر (د) ١١

---

٣ إذا كان : $\underline{|ن} = ٧٢٠$ فإن : ${}^{ن}ل_{٢}$ = ...

(أ) ٣٠ (ب) ٢٠ (جـ) ١٥ (د) ١٢

---

٤ إذا كان : ${}^{ن}ق_{٥} = {}^{ن}ق_{ن-٢}$ فإن : ن = ...

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ٨ (د) ١٠

---

٥ إذا كان : ${}^{١٧}ل_{م+٥} = {}^{٢٩}ل_{م+٥}$ فإن : م = ...

(أ) صفر (ب) ‎-٥ (جـ) ٥ (د) ٤٦

---

٦ إذا كان : ${}^{ن}ل_{٤} = ٥٠٤$ ن فإن : قيمة ن = ...

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ٩ (د) ١٠

---

٧ إذا كان : ${}^{ن}ل_{ر}$ = ن(ن - ١) (ن - ٢) × .... × ٥ × ٤ × ٣ فإن : ر = ...

(أ) ن (ب) ن - ٢ (جـ) ن - ١ (د) ن - ٣

---

٨ إذا كان : (س - ٢) × ${}^{ن}ق_{٣} = {}^{ن}ل_{٣}$ فإن : قيمة س يمكن أن تكون ....

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ٣ن

---

٩ ${}^{١٥}ل_{ر+١} \div {}^{١٤}ل_{ر}$ = ...

(أ) $\frac{ر}{ر+١}$ (ب) $\frac{١٠}{ر+١}$ (جـ) ١٥ (د) ١٤

١٠ ${}^{ن}ل_{ر} \div {}^{ن}ق_{ر} = $ ....

(أ) $\underline{|ن-1}$ (ب) $\underline{|ر}$ (ج) $\underline{|ن}$ (د) ١

١١ إذا كان : ${}^{ن}ل_{ر} = 720\ {}^{ن}ق_{ر}$ فإن : ر = ...

(أ) ٦ (ب) ٥ (ج) ٤ (د) ٧

١٢ إذا كان : ${}^{ن}ل_{ن} = 5040$ فإن : ن = ...

(أ) ١- (ب) ٥ (ج) ٧ (د) ٣

١٣ أى القيم الآتية يمكن أن تساويها ${}^{ن}ل_{2}$ ؟

(أ) ٢٤ (ب) ٢٥ (ج) ٢٧ (د) ٣٠

١٤ إذا كان : ${}^{ن}ق_{ن-2} = 20$ فإن : ن = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٦

١٥ إذا كان : ${}^{ن-3}ل_{7} = \underline{|8}$ فإن : ن = ...

(أ) ٨ (ب) ١٠ (ج) ١١ (د) ١٥

١٦ إذا كان : ${}^{ن+1}ل_{ن} = 24$ فإن : قيمة ن = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٥

١٧ إذا كان : ${}^{ن+1}ل_{4} = 10\ {}^{ن}ل_{3}$ فإن : ن = ...

(أ) ٨ (ب) ٩ (ج) ١٠ (د) ٤

١٨ ${}^{ن}ل_{2} = {}^{ن}ق_{2} + $ ....

(أ) ${}^{ن}ل_{2}$ (ب) ${}^{ن}ق_{2}$ (ج) $\underline{|2}$ (د) $ن^{2}$

١٩ إذا كان : ${}^{ن}ل_{ر} = أ\ {}^{ن}ق_{ر}$ فإن : أ يمكن أن تساوى ....

(أ) ٤ (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ٨

٢٠ $\dfrac{\underline{|ر - ٢}}{\underline{|ر - ٣}} =$ ....

(أ) ${}^{ر}ل_{٣}$ (ب) ${}^{ر-٢}ل_{٣}$ (ج) ${}^{ر-٢}ل_{١}$ (د) ${}^{ر-٢}ل_{ر-٣}$

---

٢١ إذا كان : $أ = {}^{ن}ق_{ر}$ ، $ب = {}^{ن}ق_{ر-١}$ فإن : $\dfrac{أ + ب}{ب} =$ ....

(أ) $\dfrac{ن - ١}{ر}$ (ب) $\dfrac{ن + ١}{ر}$ (ج) $\dfrac{ن}{ن + ١}$ (د) $\dfrac{ن}{ر + ١}$

---

٢٢ إذا كان : $٢ \; {}^{ن}ل_{٢} = {}^{ن+١}ل_{٢}$ فإن : $ن =$ ....

(أ) ٤ (ب) ٥ (ج) ٦ (د) ٧

---

٢٣ إذا كان : $ن \in ص^{+}$ ، $ن \geq ٣$ فإن : $ن(ن^{٢} - ١) =$ ....

(أ) ${}^{ن+١}ل_{٢}$ (ب) ${}^{ن+١}ل_{٣}$ (ج) ${}^{ن-١}ل_{٢}$ (د) ${}^{ن-١}ل_{٣}$

---

٢٤ إذا كان : ${}^{ن}ل_{ر} = أ$ ، ${}^{ن}ق_{ر} = ب$ فأى من الجمل الآتية غير صحيحة ؟

(أ) $أ \geq ب$ (ب) $\dfrac{أ}{ب} \in ص^{+}$

(ج) $ب - أ \in ص^{+}$ (د) $أ - ب \in ط$

---

٢٥ إذا كان : $\dfrac{\underline{|٨}}{\underline{|٨ - ر}} : \dfrac{\underline{|٩}}{\underline{|٩ - ر}} = ٢ : ٣$ فإن : $ر =$ ....

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

---

٢٦ إذا كان : $\underline{|س - ٣} \times {}^{س}ل_{٣} = ٢٠ \times \underline{|س - ٢}$ فإن : $س =$ ....

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٦

---

٢٧ إذا كان : $\underline{|ر} = ن$ ، $\underline{|ن} = ر$ فإن : $ر + ن =$ ....

(أ) صفر أ، ٢ (ب) صفر أ، ١ (ج) ٢ أ، ١ (د) ٢ أ، ٤

---

٢٨ إذا كانت : $ن \in ص^{+}$ فإن : $ن \, \underline{|ن} =$ ....

(أ) $\underline{|ن}^{٢}$ (ب) $\underline{|ن + ١}$ (ج) $ن^{٢} \, \underline{|ن - ١}$ (د) $٢ \, \underline{|ن}$

٢٩ إذا كان : ${}^{ن}ل_{٥} = {}^{ن}ل_{٥}$ فإن : ن يمكن أن تساوى ....

(أ) ١ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٩

---

٣٠ إذا كان : ${}^{ن}ل_{٤} = {}^{ن}ل_{٥}$ فإن : ن = ...

(أ) ١ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٩

---

٣١ إذا كان : ${}^{٢٤}ق_{٢ر+١} = {}^{٢٤}ق_{ر+٤}$ فإن : ر = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

---

٣٢ إذا كان : ${}^{٢٩}ق_{ر} = {}^{٢٩}ق_{ر-١}$ فإن قيمة : ${}^{ر}ق_{١٢}$ = ...

(أ) ٤٥٠ (ب) ٤٥٥ (جـ) ٤٦٠ (د) ٤٦٥

---

٣٣ إذا كان : ${}^{١٤}ق_{ر^{٢}} = {}^{١٤}ق_{ر+٢}$ فإن : ر = ...

(أ) ٢ أو –١ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٢ أو ٣ أو –١

---

٣٤ إذا كان : ${}^{ن+٢}ق_{٤} = ن^{٢} - ٣$ فإن : ن = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ١٠

---

٣٥ إذا كان : ${}^{ن}ق_{٥} : {}^{ن}ق_{٤} = ٣ : ١$ فإن : ن = ...

(أ) ٧ (ب) ٩ ١٧ (د) ١٩

---

٣٦ إذا كان : ${}^{ن}ق_{٩} : {}^{ن}ق_{٧} = ٧ : ٩$ فإن : ن = ...

(أ) ٧ (ب) ١٥ (جـ) ١٦ (د) ٩

---

٣٧ إذا كان : ${}^{ن}ق_{٣} : {}^{ن-١}ق_{٤} = ٨ : ٥$ فإن : ن = ...

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ٨ (د) ٩

---

٣٨ إذا كان : ${}^{١٠}ق_{ر+١} : {}^{١٠}ق_{ر-١} = ٢١ : ١٠$ فإن : ر = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٣٩ إذا كان : $^{ن+١}ق_{٣} : {}^{ن}ق_{٤} = ٢ : ٣$ فإن : ن = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٥ (د) ١١

---

٤٠ إذا كان : $٣٦ \; {}^{٢ن-١}ل_{ن-١} = ٩ \; {}^{٢ن}ل_{ن}$ فإن : ن = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

---

٤١ إذا كان : $^{ن+٢}ق_{٨} : {}^{ن-٢}ل_{٤} = ٥٧ : ١٦$ فإن : ن = ...

(أ) ١٩ (ب) ١٥ (جـ) ١٦ (د) ٢١

---

٤٢ $^{ن}ل_{ر} \div {}^{ن}ل_{ر-١} =$ ....

(أ) ن − ر (ب) ن − ر − ١ (جـ) ن − ر + ١ (د) ن + ر

---

٤٣ إذا كان : $\dfrac{^{٩}ل_{ر-١}}{^{٨}ل_{ر}} = \dfrac{١}{٨}$ فإن قيمة : ر = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

---

٤٤ المقدار : $^{ن}ق_{ر} + {}^{ن}ق_{ر+١} =$ ....

(أ) $^{ن+١}ق_{ر}$ (ب) $^{ن}ق_{ر+١}$ (جـ) $^{ن+١}ق_{ر+١}$ (د) $^{ن+١}ق_{ر+٢}$

---

٤٥ إذا كان : $^{ن}ق_{٦} + {}^{ن}ق_{٥} = ٨٤$ فإن : ن = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

---

٤٦ $^{ن+١}ق_{٣} + ٢ \; {}^{ن+١}ق_{٢} + {}^{ن+١}ق_{١} =$ ....

(أ) $^{ن+١}ق_{٣}$ (ب) $^{ن+١}ق_{٢}$ (جـ) $^{ن+١}ق_{١}$ (د) $^{ن+٣}ق_{٣}$

---

٤٧ إذا كان : $^{ن}ق_{١٠} + ٢ \times {}^{ن}ق_{١١} + {}^{ن}ق_{١٢} = {}^{٢٥}ق_{١٢}$ فإن : ن = ...

(أ) ٢٥ (ب) ٢٤ (جـ) ٢٣ (د) ٢٢

---

٤٨ كل مما يأتي يساوي $^{ن}ق_{ر}$ ما عدا ....

(أ) $\dfrac{ن}{ر} \; {}^{ن-١}ق_{ر-١}$ (ب) $^{ن}ق_{ن-ر}$ (جـ) $\dfrac{^{ن}ل_{ر}}{ر!}$ (د) $\dfrac{ن!}{ر! \, (ن-ر)!}$

٤٩ $^{ن}ق_{ر} = {}^{ن}ل_{ر}$ إذا كان : $ر =$ ....

(أ) ن (ب) $\frac{ن}{٢}$ (ج) ١ أ، ٢ (د) ٠ أ، ١

---

٥٠ إذا كان : $^{ن}ق_{١٠} > {}^{ن}ق_{٩}$ فإن : ن ....

(أ) ن = ١٩ (ب) ن > ١٩ (ج) ن < ١٩ (د) ن ≤ ١٩

---

٥١ إذا كان : $^{٩}ق_{ر} > {}^{٩}ق_{ر-١}$ فإن : ....

(أ) ر < ٤ (ب) ر > ٤ (ج) ر < ٥ (د) ر > ٥

---

٥٢ إذا كان : $^{٧}ق_{ر} > ١$ ، $^{ر}ق_{٥} > ١$ فإن قيمة : $\underline{|٦ - ر}$ = ...

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٧٢٠ (د) ٦

---

٥٣ إذا كان : $^{ن}ق_{٧} \times {}^{ن}ق_{٥} \leq {}^{ن}ق_{٦} \times {}^{ن}ق_{٤}$ ، $ن \in ص^{+}$ فإن : ن ≤ ....

(أ) ١١ (ب) ١٠ (ج) ١٢ (د) ١٣

---

٥٤ إذا كان : $^{ن}ق_{ر} > {}^{ن}ق_{ر-١}$ فإن : ....

(أ) $ر < \frac{ن-١}{٢}$ (ب) $ر > \frac{ن-١}{٢}$ (ج) $ر < \frac{ن+١}{٢}$ (د) $ر > \frac{ن+١}{٢}$

---

٥٥ إذا كان : $^{س+ص}ل_{٢} = ٢١٠$ ، $^{ص-٣}ق_{٣} = ٣٥$ فإن : $\underline{|٢س - ص}$ = ...

(أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) ٢ (د) ١

---

٥٦ إذا كان : $^{س+ص}ل_{٤} = ٣٦٠$ ، $\underline{|٢س + ص} = ٥٠٤٠$ فإن : $^{ص}ق_{٢س}$ = ...

(أ) ١ (ب) ٥ (ج) ١٠ (د) ١٥

---

٥٧ إذا كان : $^{٢ن+١}ق_{٢ن-١} - ٢ \times {}^{ن+٢}ق_{ن} = ٤٦$ فإن : ن = ...

(أ) ٥ (ب) ٦ (ج) ٧ (د) ٨

---

٥٨ إذا كان : $\frac{\underline{|ن-١}}{\underline{|ن}} + \frac{\underline{|ن+١}}{\underline{|ن+٢}} = \frac{٦}{ن^{٢} + ٢ن}$ فإن : ن = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٨ (د) ٩

٥٩ مجموعة حل المعادلة : $\frac{\lfloor س + ١}{\lfloor س - ٩} \div {}^{س}ل_{٩} = ١١$ هي ....

(أ) {١٠} (ب) {٩} (ج) {١١} (د) {٩ ، ١١}

---

٦٠ إذا كان : ${}^{٣٠}ق_{ر} = {}^{٣٠}ق_{ر+١٠}$ ، ${}^{ن}ل_{٧} = ٩٠ \times {}^{ن-٢}ل_{٥}$ فإن : $\lfloor ر - ن$ = ...

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ١٠ (د) $\lfloor ٢٠$

---

٦١ ${}^{ن-١}ق_{٢} + {}^{ن-١}ق_{٣} < {}^{ن}ق_{٦}$ إذا كان ....

(أ) $ن > ٤$ (ب) $ن > ١٢$ (ج) $ن > ١٣$ (د) $ن \geq ١٣$

---

٦٢ إذا كان : ${}^{٤}ق_{س+٢} = {}^{٤}ق_{٢-س}$ فإن : س ∈ ....

(أ) {٠} (ب) {-١ ، ٤}

(ج) {-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢} (د) {٠ ، ٣}

---

٦٣ إذا كان : ${}^{٥}ل_{ن-٣} = \lfloor ٥$ فإن : ن = ...

(أ) ٨ (ب) ٥ (ج) ٣ أو ٥ (د) ٧ أو ٨

---

٦٤ إذا كانت : ${}^{٨}ق_{س} - {}^{٧}ق_{٣} = {}^{٧}ق_{٢}$ فإن : س = ...

(أ) ٣ أو ٥ (ب) ٢ أو ٥ (ج) ٣ أو ٤ (د) ٤ أو ٥

---

٦٥ إذا كان : $\frac{{}^{٧}ق_{س}}{{}^{٨}ق_{س-٢}} \times \frac{{}^{٨}ق_{س-١}}{{}^{٧}ق_{س-١}} = ٢$ فإن : س = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ١٥ (د) ٢٠

---

٦٦ إذا كان : ${}^{ن+١}ل_{س+١} = ٧ \times {}^{ن}ل_{س}$ ، $٤ \times {}^{ن}ق_{س} = ٣ \times {}^{ن}ق_{س-١}$ فإن : $\lfloor ن - س - ٢$ = ...

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٦ (د) ٢٤

---

٦٧ إذا كان : ${}^{٩}ل_{ن-٤} = \lfloor ٩$ فإن مجموع قيم ن تساوى ....

(أ) ٥ (ب) ١٢ (ج) ١٣ (د) ٢٥

---

٦٨ إذا كان : ${}^{٨}ل_{ن-٣} = {}^{٨}ل_{ن-٣}$ فإن : ن يجب أن تساوى عدد صحيح ∈ ....

(أ) [٠ ، ٣] (ب) [٣ ، ١١] (ج) [٠ ، ٨] (د) [٠ ، ١١]

٦٩ إذا كان : ${}^{ن-٤}ل_{٩} = {}^{ن-٤}ل_{٩}$ فإن : ن يجب أن تساوى عدد صحيح ∋ ....

(أ) [٠ ، ٤]   (ب) [٤ ، ١٣]   (جـ) [٠ ، ١٣]   (د) [١٣ ، ∞[

٧٠ إذا كان : ن عدد زوجى ثابت ، فإن قيمة ر التى تجعل ${}^{ن}ق_{ر}$ أكبر ما يمكن هى ....

(أ) ن − ١   (ب) $\frac{ن}{٢} - ١$ (جـ) $\frac{ن}{٢}$ (د) $\frac{ن}{٢} + ١$

٧١ إذا كان : $\underline{|٢ن - ٣} = ٢ن - ٣$ فإن مجموع جميع قيم ن الممكنة = ...

(أ) ٢   (ب) $\frac{٥}{٢}$ (جـ) ٥   (د) $\frac{٩}{٢}$

٧٢ إذا كان : ${}^{ن+١}ق_{٣} - {}^{ن}ق_{٣} = ٢١$ فإن : ن = ...

(أ) ٧   (ب) ٦   (جـ) ٨   (د) ٩

٧٣ إذا كان : $\frac{١}{{}^{٥}ق_{ر}} + \frac{١}{{}^{٦}ق_{ر}} = \frac{١}{{}^{٤}ق_{ر}}$ فإن : ر = ...

(أ) ٢   (ب) ٣   (جـ) ٤   (د) ٥

٧٤ إذا كان : $\underline{|١٠ - ن} = ٢٤$ فإن : ن = ...

(أ) ٢   (ب) ٣   (جـ) ٤   (د) ٥

٧٥ إذا كان : ${}^{ن}ل_{ر} = ٢١٠$ فإن : (ن ، ر) = ...

(أ) (٢١٠ ، ١)   (ب) (١٥ ، ٢)   (جـ) (٧ ، ٣)   (د) كل ما سبق.

٧٦ إذا كان : $٤ك \underline{|٢ك - ١} = \frac{٣٢}{٩} \times \frac{{}^{١١}ق_{٣} + {}^{١١}ق_{٤}}{{}^{١٢}ق_{٣}} + ٤٠$ فإن : ك = ...

(أ) ١   (ب) ٢   (جـ) ٣   (د) ٤

٧٧ إذا كان : $\underline{|جا س} = ١$ حيث $٠ \leq س < ٢\pi$ فإن : س ∋ ....

(أ) $\{٠ ، \pi\}$ (ب) $\{\frac{\pi}{٢}\}$ (جـ) $\{٠ ، \frac{\pi}{٢}\}$ (د) $\{٠ ، \pi ، \frac{\pi}{٢}\}$

٧٨ إذا كان : $\underline{|٢ن} = \underline{|ن}\ \underline{|ن + ٢}$ فإن : ن = ...

(أ) صفر   (ب) ٢   (جـ) ٣   (د) ٤

٧٩ إذا كان : ${}^{ن}ل_{س} + {}^{س}ل_{ن} = ١٤٤٠$ فإن : ${}^{ن+٤}ل_{س-٥} = $ ....

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٩ (د) ١٠

---

٨٠ إذا كان : ${}^{ن}ل_{٢}$ ، ${}^{ن}ل_{٣}$ ، ${}^{ن+١}ل_{٣}$ فى تتابع حسابى فإن : ن = ...

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ٨ (د) ٩

---

٨١ إذا كان : ${}^{ن+٢}ق_{٣}$ ، ${}^{ن}ل_{٢}$ ، ${}^{ن}ق_{٢}$ فى تتابع هندسى فإن : ن = ...

(أ) ٢ أ، ٣ (ب) ٣ أ، ٧ (جـ) ٢ أ، ٧ (د) ٧ أ، ٩

---

٨٢ إذا كان : ${}^{٣٠}ل_{س} = {}^{٣٠}ل_{س+٢ص}$ فإن (س ، ص) يمكن أن يساوى كل مما يأتى ما عدا ....

(أ) $(٢٩ ، \frac{١}{٢})$ (ب) $(٣٠ ، -\frac{١}{٢})$ (جـ) $(١٧ ، ٠)$ (د) $(٢٩ ، -\frac{١}{٢})$

---

٨٣ قيمة المقدار : ${}^{٥٠}ق_{٤} + \sum_{ر=١}^{٦} {}^{٥٦-ر}ق_{٣}$ تساوى ....

(أ) ${}^{٥٦}ق_{٤}$ (ب) ${}^{٥٦}ق_{٣}$ (جـ) ${}^{٥٥}ق_{٤}$ (د) ${}^{٥٥}ق_{٣}$

---

٨٤ مجموعة حل المعادلة : $\underline{|١ + لو س} = ١$ هى ....

(أ) $\{\frac{١}{١٠}\}$ (ب) $\{١\}$ (جـ) $\{٠ ، -١\}$ (د) $\{\frac{١}{١٠} ، ١\}$

---

٨٥ إذا كان : $\frac{{}^{١٣}ق_{ر} + {}^{١٣}ق_{ر-١}}{{}^{١٣}ق_{ر+١} + {}^{١٣}ق_{ر}} = ٢$ فإن : ر = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ١٢

---

٨٦ إذا كان : ${}^{أ+ب}ل_{٢} = س$ ، ${}^{أ-ب}ل_{٢} = ص$ فإن أقل قيم للمقدار : $\underline{|س + ص} = $ ....

(أ) $\underline{|٥}$ (ب) $\underline{|٦}$ (جـ) $\underline{|٧}$ (د) $\underline{|٨}$

---

٨٧ إذا كانت : $\frac{\underline{|أ + ب}}{\underline{|ب}} = ٢٤$ فإن قيم ${}^{أ}ل_{ب}$ المكنة هى ....

(أ) ٣ ، ٤ (ب) ٣ ، ١ (جـ) ٢٣ ، ٣ ، ١ (د) ٢٣ ، ١

---

٨٨ إذا كانت أطوال أضلاع مثلث هى $\frac{١}{٢}\underline{|ن}$ ، $\underline{|ن - ٢}$ ، $\underline{|٢ - ن}$ من السنتيمترات فإن القيمة العددية لمساحة المثلث = ... سم^{٢}.

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ (د) $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$

٨٩ إذا كان : $\frac{1}{2}\ |\underline{ن}$ ، $|\underline{ن - ٣}$ ، $ن\ |\underline{٣ - ن}$ هى أطوال أضلاع مثلث فإن القيمة العددية لمحيط المثلث تساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ٨

---

٩٠ إذا كان ${}^{ن}ق_{ر} : {}^{ن}ق_{ر+٢} : {}^{ن}ق_{ر+٤} = ٣ : ١٤ : ١٤$ فإن : ${}^{ن}ل_{ر} =$ ....

(أ) ٥٦ (ب) ٧٢ (جـ) ٧٢٠ (د) ٩٠

---

٩١ $١ + {}^{ن}ق_{١} + {}^{ن+١}ق_{٢} + {}^{ن+٢}ق_{٣} + \ldots + {}^{ن+ر-١}ق_{ر} =$ ....

(أ) ${}^{ن+ر}ق_{ر}$ (ب) ${}^{ن+ر-١}ق_{ر}$

(جـ) ${}^{ن+ر}ق_{ر} - ١$ (د) ${}^{ن+ر}ق_{ر+١}$

---

٩٢ إذا كان : ${}^{ن}ق_{ر-١} = ٣٦$ ، ${}^{ن}ق_{ر} = ٨٤$ ، ${}^{ن}ق_{ر+١} = ١٢٦$

فإن إحدى قيم $ر$ هى ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) لا شئ مما سبق.

---

٩٣ إذا كان : $ن = {}^{م}ق_{٢}$ فإن قيمة ${}^{ن}ق_{٢}$ تعطى بالعلاقة ....

(أ) ${}^{م+١}ق_{٤}$ (ب) ${}^{م-١}ق_{٤}$ (جـ) $٣\ {}^{م+١}ق_{٤}$ (د) ${}^{م+٢}ق_{٤}$

---

٩٤ إذا كان : ${}^{س+١}ق_{٤} + \sum_{ر=س}^{س+٥} {}^{ر+١}ق_{٣} = ١٣٦٥$ فإن : $س =$ ....

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١٠ (د) ١١

---

٩٥ إذا كان : $ك = ن(ن^{٢} - ١)(ن^{٢} - ٤)$ .... $(ن^{٢} - ر^{٢})$ حيث $ن$ ، $ر \in ص^{+}$ ، $ن > ر$

فإن $ك$ تقبل القسمة على ....

(أ) $|\underline{٢ر + ١}$ (ب) $|\underline{٢ر + ٢}$ (جـ) $|\underline{٢ر + ٤}$ (د) $|\underline{٢ر + ٦}$

ثالثًا مسائل على نظرية ذات الحدين

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) الحد الرابع فى مفكوك : $\left(س + \frac{١}{س}\right)^{٤}$ حسب قوى س التنازلية يساوى ....

(أ) $٤ س^{٢}$ (ب) $\left(\frac{١}{س}\right)^{٤}$ (جـ) $\frac{١}{س^{٢}}$ (د) $\frac{٤}{س^{٢}}$

(٢) من مفكوك : $(١ + ب س)^{٩}$ حسب قوى س التصاعدية يكون معامل الحد السادس هو ....

(أ) ${}^{٩}ق_{٥}$ (ب) ${}^{٩}ق_{٦}$ (جـ) ${}^{٩}ق_{٥} ب^{٥}$ (د) ${}^{٩}ق_{٦} ب^{٦}$

(٣) الحد الخامس من النهاية فى مفكوك $\left(\frac{س^{٣}}{٢} - \frac{٢}{س^{٢}}\right)^{١٢}$ حسب قوى س التنازلية يساوى ....

(أ) $\frac{٧٩٢٠}{س^{٤}}$ (ب) $-\frac{٧٩٢٠}{س^{٤}}$ (جـ) $٧٢٢٠ س^{-٤}$ (د) $-٧٥٢٠ س^{٤}$

(٤) معامل الحد الأوسط فى مفكوك : $\left(٣ س - \frac{١}{٦}\right)^{١٠}$ يساوى ....

(أ) $\frac{-٦٣}{٨}$ (ب) $\frac{-٦٧}{٨}$ (جـ) $\frac{٦٣}{٨}$ (د) $\frac{٦٧}{٨}$

(٥) الحد الأخير من مفكوك : $(٢ - س)^{٥} (٢ + س)^{٥}$ هو ....

(أ) $س^{٥}$ (ب) $- س^{٥}$ (جـ) $- س^{١٠}$ (د) $س^{١٠}$

(٦) معامل الحد الذى يحتوى على $س^{٣}$ فى مفكوك : $(١ + س)^{١٠}$ حسب قوى س التصاعدية يساوى ....

(أ) ${}^{١٠}ق_{٢}$ (ب) ${}^{١٠}ق_{٣}$ (جـ) ${}^{١٠}ق_{٤}$ (د) ٣

(٧) معامل $س^{٥}$ فى مفكوك $(٣ - ٢ س)^{٧}$ يساوى ....

(أ) ٦٠٤٨ (ب) $-$ ٦٠٤٨ (جـ) ١٥٢٠ (د) $-$١٥٢٠

(٨) الحد الخالى من س فى مفكوك : $\left(س^{٢} + \frac{١}{س^{٢}}\right)^{٨}$ يساوى ....

(أ) ٧٠ (ب) $-$٧٠ (جـ) ٥٦ (د) $-$٥٦

(٩) الحد الخالى من س فى مفكوك $\left(س - \frac{١}{س}\right)^{١٠}$ حسب قوى س التنازلية هو ....

(أ) $ح_{٥}$ (ب) $ح_{٧}$ (جـ) $ح_{٦}$ (د) $ح_{٤}$

١٠ معامل $س^٤$ فى مفكوك $\left(\frac{س}{٢} - \frac{٣}{س^٢}\right)^{١٠}$ هو ....

(أ) $\frac{٤٠٥}{٢٥٦}$ (ب) $\frac{٤٠٥}{٢٥٩}$ (جـ) $\frac{٤٥٠}{٢٦٣}$ (د) لا شئ مما سبق.

١١ من مفكوك : $س^٣ (١ + س)^٨$ يكون معامل الحد المشتمل على $س^٥$ هو ....

(أ) ٨ (ب) ٢٨ (جـ) ٥٦ (د) ٧٠

١٢ الحد الخالى من س فى مفكوك $\left(١ - \frac{١}{س}\right)^٨ (س + ١)^٨$ هو ....

(أ) $- {}^٨ق_٦$ (ب) ${}^٨ق_٥$ (جـ) $- {}^٨ق_٤$ (د) ${}^٨ق_٤$

١٣ إذا كان الحد الأوسط فى مفكوك : $\left(\frac{٢ أ}{٣} + \frac{ب}{أ^٢}\right)^{٨ ن}$ هو الحد التاسع فإن : ن = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

١٤ إذا كان الحد الأوسط فى مفكوك : $\left(س^٢ - \frac{١}{س}\right)^{ن + ٥}$ هو $ح_{١٢}$ فإن : ن = ...

(أ) ١٩ (ب) ١٨ (جـ) ٢٠ (د) ١٧

١٥ إذا كانت رتبتا الحدين الأوسطين فى مفكوك : $(س + ص)^ن$ هما ٧ ، ٨ فإن : ن = ...

(أ) ١٤ (ب) ١٣ (جـ) ١٦ (د) ٥٦

١٦ إذا كان عدد حدود مفكوك : $(س + ص)^{٢ن - ١}$ يساوى ١٢ حدًا فإن : ن = ...

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ١٢

١٧ عدد حدود مفكوك $\left((أ + ٤ ب)^٣ (أ - ٤ ب)^٣\right)^٢$ يساوى ....

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ٨ (د) ٣٢

١٨ عدد حدود مفكوك : $(١ + ٢ س + س^٢)^{٥٠}$ يساوى ....

(أ) ١٠١ (ب) ٥٠ (جـ) ٥١ (د) ١٠٠

١٩ مجموع معاملات الحدود فى مفكوك : $\left(٢ س^٢ - \frac{٣}{س}\right)^{١٥}$ يساوى ....

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) -١ (د) -١٥

٢٠ مجموع معاملات حدود مفكوك : $(١ + س - ٣ س^٢)^{٢٠٢١}$ = ...

(أ) -١ (ب) ١ (جـ) ٠ (د) ٢٠١٧

---

٢١ إذا كان مجموع معاملات الحدود من مفكوك $(أ^٢ س^٢ - ٢ أ س + ١)^{٥١}$ يساوى صفر

فإن : أ = ...

(أ) ٢ (ب) -٢ (جـ) ١ (د) -١

---

٢٢ حاصل ضرب معاملات الحدود فى مفكوك : $(١ + س)^٥$ يساوى ....

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٢٥٠ (د) ٢٥٠٠

---

٢٣ من مفكوك المقدار ذى الحدين لدينا ٧ حدود موجبة ، ٦ حدود سالبة فإن المقدار يكون على

الصورة ....

(أ) $(أ - ب)^{١٢}$ (ب) $(أ + ب)^{١٣}$ (جـ) $(أ + ب)^{١٢}$ (د) $(أ - ب)^{١٣}$

---

٢٤ فى مفكوك : $(١ + س)^ن$ إذا كان معامل $ح_ب$ = معامل $ح_{جـ}$ فإن : $ب + جـ$ = ...

(أ) ن (ب) ن + ٢ (جـ) ن − ٢ (د) ٢ ن

---

٢٥ إذا كان معاملا الحدين السادس والسادس عشر فى مفكوك : $(س + ص)^ن$ متساويين

فإن : ن = ...

(أ) ١٩ (ب) ٢٠ (جـ) ٢١ (د) ٢٢

---

٢٦ إذا كان الحدان الأوسطان من مفكوك : $(أ + ٣ ب)^{٢ن + ١}$ متساويين فإن ....

(أ) أ = ٣ ب (ب) ٣ أ = ب (جـ) أ = ٩ ب (د) $\frac{أ}{ب} = \frac{١}{٩}$

---

٢٧ من مفكوك : $(أ س + ب)^{٢ن + ١}$ إذا كان الحدان الأوسطان متساويين عند س = ٢ فإن ....

(أ) أ = ٢ ب (ب) ب = ٢ أ (جـ) أ ب = ٢ (د) أ ب = $\frac{١}{٢}$

---

٢٨ فى مفكوك : $(١ + س)^ن$ حسب قوى س التصاعدية إذا كان معامل $س^٥$ يساوى معامل $ح_{١٠}$

فإن : ن = ...

(أ) ٩ (ب) ٥ (جـ) ١٤ (د) ٤

٢٩ في مفكوك : $(أ - ب)^{ن}$ حسب قوى أ التنازلية حيث $ن \geq ٥$ إذا كان كل من $ح_٥$ ، $ح_٦$ كل منهما معكوس جمعي للآخر فإن : $\frac{أ}{ب} =$ ....

(أ) $\frac{ن - ٥}{٦}$ (ب) $\frac{ن - ٤}{٥}$ (جـ) $\frac{٥}{ن - ٤}$ (د) $\frac{٦}{ن - ٥}$

---

٣٠ إذا كان الحدان الأوسطان في مفكوك $(س^٢ + \frac{١}{س})^{٢ن+١}$ متساويين فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) ± ١ (د) ٢

---

٣١ النسبة بين الحدين الأوسطين على الترتيب في مفكوك $(س + \frac{١}{س})^{٢ن-١}$ حسب قوى س التنازلية = ...

(أ) $س^٢$ (ب) $\frac{س^٢}{٢ن}$ (جـ) $\frac{س^٢}{ن}$ (د) $\frac{٢ن + ١}{٢ن + ٣}$

---

٣٢ في مفكوك $(س + أ)^{ن}$ إذا كان معامل الحد الثاني والعشرين هو نفسه معامل الحد التاسع من النهاية فإن : ن = ...

(أ) ٢٩ (ب) ٣٠ (جـ) ٣١ (د) ٣٢

---

٣٣ معاملا $س^{ن}$ ، $س^{م}$ في مفكوك $(١ + س)^{م+ن}$ ....

(أ) متساويان. (ب) متساويان ومختلفان في الإشارة.

(جـ) أحدهما معكوس ضربي للآخر. (د) أحدهما ضعف الآخر.

---

٣٤ إذا كان أ ، ب هما معاملا $س^{ن}$ ، $س^{ن+١}$ على الترتيب في مفكوك $(١ + س)^{٢ن+١}$ فإن ....

(أ) أ = ٢ ب (ب) ب = ٢ أ

(جـ) أ = ب (د) أ + ب = $\underline{|٢ن + ١}$

---

٣٥ رتبة الحد الأوسط في مفكوك $(١ + س + \frac{س^٢}{٤})^{ن}$ تساوي ....

(أ) $\frac{ن}{٢} + ١$ (ب) $\frac{ن + ١}{٢}$ (جـ) ن + ١ (د) $\frac{ن + ٣}{٢}$

---

٣٦ الحد الأوسط في مفكوك $(١ + س)^{٢ن}$ هو ....

(أ) ${}^{٢ن}ق_{ن}$ (ب) ${}^{٢ن}ق_{ن+١} س^{ن+١}$

(جـ) ${}^{٢ن}ق_{ن-١} س^{ن-١}$ (د) $\frac{١ \times ٣ \times ٥ \times ..... \times (٢ن - ١)}{\underline{|ن}} \times ٢^{ن} \times س^{ن}$

٣٧ في مفكوك $(س + \frac{١}{س})^{٢ن}$ الحد الأوسط ≠ ....

أ) ${}^{٢ن}ق_{ن}$

ب) $\frac{{}^{٢ن}ل_{ن}}{\underline{|ن}}$

ج) ${}^{٢ن}ل_{ن}$

د) $\frac{١ \times ٣ \times ٥ \times \cdots \times (٢ن - ١)}{\underline{|ن}} \times ٢^{ن}$

---

٣٨ إذا كان أ هو مجموع معاملات الحدود الفردية الرتبة فى مفكوك $(٢س - \frac{٣}{س^٢})^{١٩}$

بينما ب هو مجموع معاملات الحدود الزوجية الرتبة فى نفس المفكوك فإن : أ + ب = ...

أ) ١- ب) صفر ج) ١ د) ٥

---

٣٩ الحد الخالى من س فى مفكوك $(س^٢ - \frac{١}{س^٣})^{٥ن}$ حيث ن ∈ ص+ يساوى ....

أ) $\frac{\underline{|٥ن}}{\underline{|٢ن}\ \underline{|٣ن}}$ ب) $\frac{\underline{|٥ن}}{\underline{|٢ن}}$ ج) $\frac{\underline{|٥ن}}{\underline{|٣ن}}$ د) $\frac{\underline{|٥ن}}{\underline{|ن}\ \underline{|٤ن}}$

---

٤٠ من مفكوك : $(١ + أس)^٧$ حسب قوى س التصاعدية إذا كان معامل $ح_٥$ = ٥٦٠ فإن : أ = ...

أ) ٢ ب) ٤ ج) ± ٢ د) ± ٤

---

٤١ إذا كان الحد الأوسط من مفكوك : $(٣س^٢ + \frac{٢}{٣س})^٨$ يساوى ١٧٩٢٠ فإن : س = ...

أ) ± ٢ ب) ٣ ج) ± ٤ د) ٥

---

٤٢ إذا كان الحد الخالى من س فى مفكوك $(س + \frac{١}{س})^{ن}$ هو $ح_٧$ فإن : ن = ...

أ) ٦ ب) ١٠ ج) ١٢ د) ٨

---

٤٣ إذا كان الحد الخالى من س فى مفكوك : $(\frac{أ}{س^٢} + س)^٩$ هو ٦٧٢ فإن : أ = ...

أ) ٨ ب) ٢ ج) ٣ د) ٤

---

٤٤ إذا كان الحد المطلق فى مفكوك $(\sqrt{س} - \frac{ك}{س^٢})^{١٠}$ يساوى ٤٠٥ فإن : ك = ...

أ) ± ١ ب) ± ٢ ج) ± ٣ د) لا شئ مما سبق.

---

٤٥ فى مفكوك : $(٢ + \frac{س}{٣})^{ن}$ إذا كان معاملا $س^٧$ ، $س^٨$ متساويان فإن : ن = ...

أ) ٥٦ ب) ٥٥ ج) ٤٥ د) ١٥

٤٦ إذا كان معاملا الحدين المشتملين على $\text{س}^{٢}$ ، $\text{س}^{٣}$ في مفكوك $(٣ + \text{أ}\,\text{س})^{٩}$ متساويين

فإن : أ = ...

(أ) $\frac{٩}{٧}$ (ب) $\frac{٧}{٩}$ (جـ) $-\frac{٩}{٧}$ (د) $-\frac{٧}{٩}$

---

٤٧ في مفكوك $\left(\text{أ}\,\text{س}^{٢} + \frac{١}{\text{أ}\,\text{س}}\right)^{١١}$ إذا كان معاملا $\text{س}^{٤}$ ، $\text{س}^{٧}$ متساويين فإن : أ = ...

(أ) ١ (ب) -١ (جـ) ± ١ (د) ± ٢

---

٤٨ إذا كان معامل الحد الأوسط في مفكوك $(١ + \text{م}\,\text{س})^{٤}$ يساوي معامل الحد الأوسط في مفكوك $(١ - \text{م}\,\text{س})^{٦}$

فإن : م = ...

(أ) $\frac{-٣}{١٠}$ (ب) $\frac{٣}{١٠}$ (جـ) $\frac{-٣}{٥}$ (د) $\frac{٣}{٥}$

---

٤٩ في مفكوك $\left(\text{س}^{٢} + \frac{\text{أ}}{\text{س}^{٣}}\right)^{١٥}$ حسب قوى س التنازلية إذا كان معامل $\text{س}^{١٠}$ = ضعف معامل $\text{س}^{١٥}$

فإن : أ = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{٣}{٢}$ (د) ٢

---

٥٠ من مفكوك : $\left(\text{أ}\,\text{س} + \frac{١}{\text{ب}\,\text{س}}\right)^{١٠}$ حسب قوى س التنازلية إذا كان الحد الخالي من س

يساوي معامل الحد السابع فإن : أ × ب = ...

(أ) $\frac{٦}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{٦}$ (جـ) $\frac{٣٦}{٢٥}$ (د) $\frac{٢٥}{٣٦}$

---

٥١ من مفكوك : $(\text{س} + \text{ص})^{١٠}$ حسب قوى س التنازلية فإن الحد التاسع : الحد الثامن يساوي ....

(أ) $\frac{٣\,\text{ص}}{٨\,\text{س}}$ (ب) $\frac{٣\,\text{س}}{٨\,\text{ص}}$ (جـ) $\frac{٨\,\text{ص}}{٣\,\text{س}}$ (د) $\frac{٨\,\text{س}}{٣\,\text{ص}}$

---

٥٢ من مفكوك : $(١ - \text{س})^{١٢}$ حسب قوى س التصاعدية فإن معامل الحد السادس : معامل الحد الخامس

يساوي ....

(أ) $\frac{٨}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{٨}$ (جـ) $\frac{-٨}{٥}$ (د) $\frac{-٥}{٨}$

---

٥٣ في مفكوك : $(\text{س} + \text{ص})^{٨}$ حسب قوى س التنازلية تكون نسبة $\text{ح}_{٦} : \text{ح}_{٤}$ تساوي ....

(أ) $٢٥\,\text{ص}^{٢} : ١٦\,\text{س}^{٢}$ (ب) $٢٥\,\text{س}^{٢} : ١٦\,\text{ص}^{٢}$

(جـ) ١ (د) $\text{ص}^{٢} : \text{س}^{٢}$

---

٥٤ من مفكوك : $(١ + \text{س})^{١٧}$ حسب قوى س التصاعدية إذا كان معامل $\text{ح}_{\text{ر} + ٤}$ = معامل $\text{ح}_{٢\text{ر} + ٣}$

فإن : ر = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ١٧ (د) ٧

55 في مفكوك $(1 + س)^{ن+1}$ حسب قوى س التصاعدية إذا كان : $\frac{ح_2}{ح_1} \times \frac{ح_{ن+1}}{ح_{ن+2}} = 64$

فإن : $\underline{|ن - 3}$ = ...

(أ) 120 (ب) 24 (ج) 720 (د) 1

---

56 في مفكوك $\left(س^2 + \frac{1}{س}\right)^{15}$ تكون النسبة بين الحد الخالى من س

ومجموع معاملى الحدين الأوسطين = ...

(أ) $\frac{7}{15}$ (ب) $\frac{7}{30}$ (ج) $\frac{2}{3}$ (د) $\frac{3}{4}$

---

57 في مفكوك : $(3 + أ س)^9$ حسب قوى س التصاعدية إذا كان معامل $ح_3$ = معامل $ح_4$

فإن : أ = ...

(أ) $\frac{9}{5}$ (ب) $\frac{9}{4}$ (ج) $\frac{9}{7}$ (د) $\frac{9}{2}$

---

58 من مفكوك : $(1 + س)^{27}$ حسب قوى س التصاعدية إذا كانت النسبة بين الحدين الأوسطين على الترتيب 3 : 1

فإن : س = ...

(أ) 4 (ب) 3 (ج) $\frac{1}{3}$ (د) $\frac{1}{4}$

---

59 من مفكوك : $(3 أ - 2 ب)^{11}$ حسب قوى أ التنازلية إذا كانت النسبة بين الحدين الأوسطين على الترتيب

تساوى $\frac{-3}{2}$ فإن أ : ب = ...

(أ) 9 : 4 (ب) 4 : 9 (ج) 1 (د) -1

---

60 إذا كان : $\frac{ح_2}{ح_3}$ في مفكوك $(أ + ب)^{ن}$ حسب قوى أ التنازلية يساوى $\frac{ح_3}{ح_4}$ في مفكوك $(أ + ب)^{ن+3}$

حسب قوى أ التنازلية فإن : ن = ...

(أ) 3 (ب) 4 (ج) 5 (د) 6

---

61 الحدان المتتاليان في مفكوك $(3 + 2 س)^{74}$ حسب قوى س التصاعدية الذى معاملاهما متساويان هما ....

(أ) $ح_{29}$ ، $ح_{30}$ (ب) $ح_{30}$ ، $ح_{31}$ (ج) $ح_{31}$ ، $ح_{32}$ (د) $ح_{28}$ ، $ح_{29}$

---

62 في مفكوك : $(1 + س)^{2ن}$ حسب قوى س التصاعدية إذا كان معامل $ح_3$ وسط حسابى بين معاملى $ح_2$ ، $ح_4$

فإن : قيمة $2 ن^2 - 9 ن$ = ...

(أ) -8 (ب) -6 (ج) -7 (د) -18

٦٣ إذا كانت النسبة بين معاملى حدين متتاليين فى مفكوك $(١ + س)^{٢٤}$ حسب قوى س التصاعدية هى ٤ : ١ فإن الحدان هما ....

(أ) $ح_{٤}$ ، $ح_{٥}$ (ب) $ح_{٢٠}$ ، $ح_{٢١}$ (ج) $ح_{٣}$ ، $ح_{٤}$ (د) $ح_{٢١}$ ، $ح_{٢٢}$

---

٦٤ إذا كانت النسبة بين الحدود الخامس والسادس والسابع فى مفكوك $\left(\frac{٣س}{٢} + \frac{٢}{٣س}\right)^{ن}$ هى ٤٠ : ٢٤ : ١١ حسب قوى س التنازلية فإن : س = ...

(أ) $\pm \frac{٤}{٣}$ (ب) $\pm \frac{١}{٢}$ (ج) $\pm \frac{٢}{٣}$ (د) $\pm \frac{٣}{٨}$

---

٦٥ فى مفكوك : $(س + ص)^{ن}$ حسب قوى س التنازلية إذا كان : $(٩ ح_{٤})^{٢} = ٩ ح_{٢} \times ٤٤ ح_{٦}$ فإن : ن = ...

(أ) ١١ (ب) ١٢ (ج) ١٣ (د) ١٤

---

٦٦ فى مفكوك : $(٢ + س)^{٩}$ حسب قوى س التنازلية إذا كان الحد السادس مضافاً إليه $\frac{١}{٤}$ الحد السابع يساوى سبعة أمثال الحد الثامن فإن : س = ...

(أ) ٣ أ، $\frac{٨}{٣}$ (ب) -٣ أ، $\frac{-٨}{٣}$ (ج) ٣ أ، $\frac{-٨}{٣}$ (د) -٣ أ، $\frac{٨}{٣}$

---

٦٧ فى مفكوك : $\left(\sqrt[٣]{٢} + \frac{١}{\sqrt[٣]{٣}}\right)^{ن}$ إذا كانت النسبة بين الحد السابع من البداية إلى الحد السابع من النهاية كنسبة ١ : ٦ فإن قيمة ن تساوى ....

(أ) ٧ (ب) ٨ (ج) ٩ (د) ١٠

---

٦٨ فى مفكوك $\left(\sqrt{س} + \frac{١}{س}\right)^{٨}$ حسب قوى س التنازلية إذا كان : $ح_{٤}$ ، $ح_{٥}$ ، ٢٥ $ح_{٧}$ ، $ح_{٦}$ متناسبة فإن : س = ...

(أ) $\frac{٥}{٨}$ (ب) $\frac{٣}{٥}$ (ج) $\frac{٨}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٢}$

---

٦٩ معامل $س^{٧}$ فى مفكوك $(١ - س^{٤})(١ + س)^{٩}$ هو ....

(أ) ٢٧ (ب) -٢٤ (ج) ٤٨ (د) -٤٨

---

٧٠ معامل $س^{٦}$ فى مفكوك $(١ + س^{٢} - س^{٣})^{٨}$ يساوى ....

(أ) ٨٠ (ب) ٨٤ (ج) ٨٨ (د) ٩٢

٧١ معامل $س^{٩}$ فى مفكوك $(١ + ٣س + ٣س^{٢} + س^{٣})^{١٥}$ يساوى ....

(أ) ${}^{٤٥}ق_{٩}$ (ب) ${}^{٤٥}ق_{٨}$ (ج) ${}^{١٥}ق_{٩}$ (د) ${}^{١٥}ق_{٨}$

---

٧٢ فى مفكوك $(١ - م س)^{ن}$ حسب قوى س التصاعدية إذا كان $ح_{٢} = -\frac{١}{٤} س$ ، $ح_{٣} = \frac{٣}{١٠٠} س^{٢}$

فإن : ن = ...

(أ) ٣ (ب) ٥ (ج) ١٥ (د) ٢٥

---

٧٣ إذا كان : $(م + س)^{ن} = ٣ أ + ٦ أ س + ٥ أ س^{٢} + ... + س^{ن}$ حيث $ن \in ص^{+}$

فإن : م + ن + أ = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ٢٤٣ (د) ٢٥٢

---

٧٤ من مفكوك : $(١ + س)^{ن} = ١ + أ_{١} س + أ_{٢} س^{٢} + أ_{٣} س^{٣} + أ_{٤} س^{٤} + ... + أ_{ن} س^{ن}$ وكان $\frac{أ_{١} + أ_{٣}}{أ_{٢}} = ٣$

فإن : ن = ...

(أ) ٤ (ب) ٦ (ج) ٨ (د) ٩

---

٧٥ إذا كان : $١ + \frac{٥}{٢} س + \frac{٥ \times ٤}{٤ \underline{|٢}} س^{٢} + \frac{٥ \times ٤ \times ٣}{٨ \underline{|٣}} س^{٣} + ... + \frac{١}{٣٢} س^{٥} = ١٠٢٤$

فإن : س = ...

(أ) ٥ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٨

---

٧٦ مجموعة حل المعادلة : $١ - ٦ س + \frac{٦ \times ٥}{٢ \times ١} س^{٢} - \frac{٦ \times ٥ \times ٤}{٣ \times ٢ \times ١} س^{٣} + ... + س^{٦} = ٦٤$ فى ح هى ....

(أ) {−٣ ، ١} (ب) {١ ، ٣} (ج) {−١ ، ٣} (د) {−١ ، −٣}

---

٧٧ مجموعة حل المعادلة :

$١ + ٢٠ س + ١٩٠ س^{٢} + ١١٤٠ س^{٣} + \cdots + س^{٢٠} = س^{١٨} + ١٨ س^{١٧} + ١٥٣ س^{١٦} + ... + ١$

هى ....

(أ) {صفر} (ب) {٠ ، −١}

(ج) {٠ ، −١ ، ١} (د) {٠ ، −١ ، −٢}

---

٧٨ عدد الحدود الصحيحة فى مفكوك : $(١ + \sqrt{٣})^{٦}$ هو ....

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٥ (د) ٦

٧٩ عدد الحدود الصحيحة فى مفكوك : $\left(\sqrt{٣} + \frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٧}$ هو ....

(أ) صفر (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

---

٨٠ عدد حدود مفكوك : $(س + ص)^{٢٠٠٠} + (س - ص)^{٢٠٠٠}$ بعد التبسيط هو ....

(أ) ١٠٠٠ (ب) ٢٠٠٠ (ج) ٢٠٠١ (د) ١٠٠١

---

٨١ عدد حدود مفكوك : $(س + ص)^{١٠٠٠} - (س - ص)^{١٠٠٠}$ بعد التبسيط هو ....

(أ) ١٠٠٠ (ب) ٥٠٠ (ج) ٥٠١ (د) ١٠٠١

---

٨٢ عدد حدود مفكوك : $(س + ص)^{١٦} + (س - ص)^{١٤}$ بعد التبسيط هو ....

(أ) ١٥ (ب) ١٧ (ج) ٣٠ (د) ٣٢

---

٨٣ معامل الحد الذى يشتمل على $س^{٣}\, ص^{٤}\, ع^{٥}$ فى مفكوك $(س + ص + ع)^{١٢}$ هو ....

(أ) ${}^{١٢}ق_{٩}$ (ب) ${}^{١٢}ق_{٨}$ (ج) $\frac{١٢!}{٧!\ ٥!}$ (د) $\frac{١٢!}{٣!\ ٤!\ ٥!}$

---

٨٤ $\sum_{ر=٠}^{١٣} {}^{٢٧}ق_{ر} =$ ....

(أ) $٢^{١٣}$ (ب) $٢^{١٤}$ (ج) $٢^{٢٦}$ (د) $٢^{٢٧}$

---

٨٥ $\sum_{ر=٠}^{٢٠} {}^{٢٠}ق_{ر} =$ ....

(أ) $٢^{٢٠}$ (ب) $٢^{١٩}$ (ج) $٢^{١٩} + \frac{١}{٢}\ {}^{٢٠}ق_{١٠}$ (د) $٢^{١٩} - \frac{١}{٢}\ {}^{٢٠}ق_{١٠}$

---

٨٦ ${}^{ن}ق_{٠} - {}^{ن}ق_{١} + {}^{ن}ق_{٢} - {}^{ن}ق_{٣} + \cdots + (-١)^{ن}\ {}^{ن}ق_{ن} =$ ....

(أ) $٢^{ن}$ (ب) $(-١)^{ن}$ (ج) صفر (د) $(-٢)^{ن}$

---

٨٧ إذا كان : $(١ + أس)^{ن} = ١ + ٨س + ٢٤س^{٢} + \cdots + أ^{ن}س^{ن}$ فإن : $\frac{ن - أ}{ن + أ} =$ ....

(أ) ٣ (ب) -٣ (ج) $\frac{-١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٣}$

---

٨٨ ${}^{ن}ق_{٠} + {}^{ن}ق_{١}\left(\frac{١}{٣}\right) + {}^{ن}ق_{٢}\left(\frac{١}{٣}\right)^{٢} + {}^{ن}ق_{٣}\left(\frac{١}{٣}\right)^{٣} + \cdots + {}^{ن}ق_{ن}\left(\frac{١}{٣}\right)^{ن} =$ ....

(أ) $\left(\frac{١}{٣}\right)^{ن}$ (ب) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{ن}$ (ج) $\left(\frac{٤}{٣}\right)^{ن}$ (د) $\left(\frac{٥}{٣}\right)^{ن}$

٨٩ $ {}^{ن}ق_{٠} + ٢ \times {}^{ن}ق_{١} + ٢^{٢} \times {}^{ن}ق_{٢} + ... + ٢^{ر} \times {}^{ن}ق_{ر} + ... + ٢^{ن} \times {}^{ن}ق_{ن} = $ ....

أ) $٥^{ن}$ ب) $٦^{ن}$ ج) $٤^{ن}$ د) $٣^{ن}$

---

٩٠ قيمة الحد الخالى من س فى مفكوك $\left(س + \frac{١}{س}\right)^{٢ن} + \left(س - \frac{١}{س}\right)^{٢ن}$ يساوى ....

(حيث ن عدد صحيح فردى)

أ) صفر ب) $-٢ \; {}^{٢ن}ق_{ن}$ ج) $٢ \; {}^{٢ن}ق_{ن}$ د) ${}^{٢ن}ق_{ن}$

---

٩١ الحد الذى له أكبر معامل فى مفكوك : $(١ + س)^{١٠}$ حسب قوى س التصاعدية هو ....

أ) $ح_{١١}$ ب) $ح_{٥}$ ج) $ح_{٦}$ د) $ح_{١٠}$

---

٩٢ الحد الذى له أكبر معامل فى مفكوك $(٣ + ٢ س)^{٦}$ حسب قوى س التصاعدية هو ....

أ) $ح_{١}$ ب) $ح_{٣}$ ج) $ح_{٤}$ د) $ح_{٧}$

---

٩٣ الحد الذى له أصغر معامل فى مفكوك : $(٢ س + ٧ ص)^{٣}$ حسب قوى س التنازلية هو ....

أ) $ح_{٤}$ ب) $ح_{٣}$ ج) $ح_{٢}$ د) $ح_{١}$

---

٩٤ فى مفكوك : $(س + ص)^{ن}$ حسب قوى س التنازلية إذا كان الحد السابع هو الحد الذى له أكبر معامل

فإن : ن = ...

أ) ١٢ ب) ١٣ ج) ١٤ د) ١٥

---

٩٥ أكبر معامل فى مفكوك $(٢ س + ص)^{٨}$ يساوى ....

أ) ١١٢٠ ب) ٤٤٨ ج) ١٧٩٢ د) ١٠٢٤

---

٩٦ إذا كان مجموع معاملات حدود مفكوك : $(١ + ٢ س)^{ن}$ حسب قوى س التصاعدية يساوى ٦٥٦١

فإن أكبر معامل فى هذا المفكوك يساوى ....

أ) ٨٩٦ ب) ٣٥٩٤ ج) ١٧٩٢ د) ١٩٧٢

---

٩٧ أكبر حد فى مفكوك : $(١ + ٤ س)^{٨}$ حسب قوى س التصاعدية عند $س = \frac{١}{٣}$ يساوى ....

أ) $٥٦ \times \left(\frac{٤}{٣}\right)^{٥}$ ب) $٥٦ \times \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٥}$ ج) $٥٦ \times \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٤}$ د) $٥٦ \times \left(\frac{٢}{٥}\right)^{٤}$

٩٨ إذا كان عدد حدود المفكوك $(أ + ب)^{٢ن} + (أ - ب)^{٢ن}$ يساوى ١١ فإن : ن = ...

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١٠ (د) ١١

---

٩٩ إذا كان عدد حدود المفكوك $(أ + ب)^{٢ن+١} - (أ - ب)^{٢ن+١}$ يساوى ٧ فإن : ن = ...

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ٨

---

١٠٠ عدد حدود مفكوك : $(١ + س)^{١٠١} (١ + س^{٢} - س)^{١٠٠}$ يساوى ....

(أ) ٣٠٢ (ب) ٣٠١ (جـ) ٢٠٢ (د) ١٠١

---

١٠١ درجة المقدار $\left(س + (س^{٣} - ١)^{\frac{١}{٢}}\right)^{٥} + \left(س - (س^{٣} - ١)^{\frac{١}{٢}}\right)^{٥}$ تساوى ....

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ٨

---

١٠٢ فى مفكوك $(أ + ب)^{ن}$ إذا كان ل مجموع الحدود الفردية الرتبة ، م مجموع الحدود الزوجية الرتبة فإن :

أولًا : $(أ^{٢} - ب^{٢})^{ن} =$ ....

(أ) $ل^{٢} + م^{٢}$ (ب) $ل^{٢} - م^{٢}$ (جـ) ل × م (د) ل − م

ثانيًا : $(أ + ب)^{٢ن} - (أ - ب)^{٢ن} =$ ....

(أ) ل + م (ب) ل م (جـ) ٢ ل م (د) ٤ ل م

---

١٠٣ إذا كان : $ت^{٢} = -١$ ، $س + ص ت = \left(\sqrt{٣} + \frac{ت}{٢}\right)^{٥} + \left(\sqrt{٣} - \frac{ت}{٢}\right)^{٥}$ فإن ....

(أ) ص = ٠ (ب) س = ٠

(جـ) س > ٠ ، ص > ٠ (د) س > ٠ ، ص < ٠

---

١٠٤ معامل $س^{٢٠}$ فى مفكوك $(١ + س^{٢})^{٤٠} \left(س^{٢} + ٢ + \frac{١}{س^{٢}}\right)^{-٥}$ يساوى ....

(أ) ١ (ب) $^{٣٠}ق_{١٠}$ (جـ) $^{٣٠}ق_{٥}$ (د) ٣٠

---

١٠٥ معامل $س^{١٣}$ فى مفكوك $\sum_{ر=٠}^{٥٠} {}^{٥٠}ق_{ر} \, (س - ١)^{٥٠ - ر} \times ٢^{ر}$ يساوى ....

(أ) $^{٥٠}ق_{١٣}$ (ب) $^{٥٠}ق_{١٢}$ (جـ) ١ (د) صفر

١٠٦ فى مفكوك $(١ + س)^{٥٩}$ حسب قوى س التصاعدية مجموع معاملات الـ ٣٠ حدًا الأخيرة يساوى ....

(أ) $٢^{٢٩}$ (ب) $٢^{٢٨}$ (جـ) $٢^{٥٨}$ (د) $٢^{٥٩}$

---

١٠٧ $١ + {}^{٢٠}ق_{١}\ ت + {}^{٢٠}ق_{٢}\ ت^{٢} + ... + {}^{٢٠}ق_{٢٠}\ ت^{٢٠} =$ ....

(أ) ٢٠ (ب) $\underline{|٢٠}$ (جـ) −١٠٢٤ (د) ١٠٢٤

---

١٠٨ عدد الحدود الصحيحة فى مفكوك : $\left(\sqrt{٣} + \sqrt[٨]{٥}\right)^{٢٥٦}$ هو ....

(أ) ٣٢ (ب) ٣٣ (جـ) ٣٤ (د) ٣٥

---

١٠٩ إذا كان : $(١ + س - ٢س^{٢})^{٦} = ١ + أ_{١}\ س + أ_{٢}\ س^{٢} + ... + أ_{١٢}\ س^{١٢}$

فإن : $أ_{٢} + أ_{٤} + أ_{٦} + ... + أ_{١٢} =$ ....

(أ) ٣١ (ب) ٣٢ (جـ) ٦٤ (د) ٦٣

---

١١٠ معامل $س^{٦}$ فى مفكوك $[(١ + س)^{٦} + (١ + س)^{٧} + (١ + س)^{٨} + ... + (١ + س)^{١٥}]$

يساوى ....

(أ) ${}^{١٦}ق_{٩}$ (ب) ${}^{١٦}ق_{٥} - {}^{٥}ق_{٤}$ (جـ) ${}^{١٦}ق_{٧} - ١$ (د) ${}^{١٥}ق_{٦}$

---

١١١ إذا كان : $٠ \le ك \le ن$ فإن معامل $س^{ك}$ فى مفكوك :

$١ + (١ + س) + (١ + س)^{٢} + (١ + س)^{٣} + ... + (١ + س)^{ن}$ هو ....

(أ) ${}^{ن+١}ق_{ك+١}$ (ب) ${}^{ن}ق_{ك}$ (جـ) ${}^{ن+١}ق_{ن+ك}$ (د) ${}^{ن}ق_{ن-ك+١}$

---

١١٢ ${}^{١٠}ق_{٠} + \frac{١}{٢}\ {}^{١٠}ق_{١} + \frac{١}{٣}\ {}^{١٠}ق_{٢} + \frac{١}{٤}\ {}^{١٠}ق_{٣} + ... + \frac{١}{١١}\ {}^{١٠}ق_{١٠} =$ ....

(أ) $٢^{٩}$ (ب) $٢^{٥٥}$ (جـ) $\frac{١}{١١}(٢)^{١١}$ (د) $\frac{٣٣}{١١٠}(٢)^{١٠}$

---

١١٣ فى مفكوك $(٤ - س)^{٨}$ حسب قوى س التصاعدية إذا كان $ح_{٥}$ هو أكبر حد عدديًا فإن $س \in$ ....

(أ) $[-٥ ، ٥]$ (ب) $]-\frac{١٦}{٥} ، \frac{١٦}{٥}[$

(جـ) $[-٥ ، ٥] - [-\frac{١٦}{٥} ، \frac{١٦}{٥}]$ (د) $[-٥ ، \frac{-١٦}{٥}] \cup [\frac{١٦}{٥} ، ٥]$

بنك الأسئلة

رابعًا مسائل على الأعداد المركبة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $ت + ت^٢ + ت^٣ + \cdots + ت^{١٠٠} =$ ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ١٠٠

٢ $(١ + ت)^{١٢} =$ ....

(أ) -٨ (ب) ٣٢ (جـ) ٦٤ (د) -٦٤

٣ إذا كان : $ع = ١ + ت$ فإن : $\frac{ع}{\bar{ع}} =$ ....

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) $-ت$ (د) ت

٤ إذا كان : $أ + ب ت = ت (١ - ٥ ت)^٢$ فإن : $ب =$ ....

(أ) ١٠ (ب) -١٠ (جـ) ٢٤ (د) -٢٤

٥ إذا كان : $\frac{أ^٢ + ب^٢}{أ + ب ت} = ٢ + ٣ ت$ فإن : $أ \times ب =$ .... حيث $أ ، ب \in ح^*$

(أ) -٦ (ب) -٥ (جـ) ٥ (د) ٦

٦ $\left(\frac{٢ ت}{١ + ت}\right)^٥ =$ ....

(أ) $١ + ت$ (ب) $١ - ت$ (جـ) $-٤ - ٤ ت$ (د) $٤ - ٤ ت$

٧ $ت^ن \times ت^{ن+١} \times ت^{ن+٢} \times ت^{ن+٣} =$ ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) -١ (د) ت

٨ $ت^ن + ت^{ن+١} + ت^{ن+٢} + ت^{ن+٣} =$ ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) -١ (د) ت

٩ إذا كان : $(١ + ت)^{٢ن} = (١ - ت)^{٢ن}$ فإن أقل قيمة للعدد $ن$ من القيم التالية تحقق ذلك هى ....

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ٢ (د) ١٢

١٠ أقل قيمة للعدد $ن$ تجعل $\left(\frac{١ + ت}{١ - ت}\right)^ن$ عددًا حقيقيًا هى ....

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١

١١ إذا كانت : أ ، ب ، جـ ، د أربعة أعداد صحيحة موجبة متتالية فإن : $ت^{أ} + ت^{ب} + ت^{جـ} + ت^{د} =$ ....

(أ) صفر (ب) -١ (جـ) ١ (د) ت

---

١٢ إذا كان : $ع_١$ ، $ع_٢$ عددين مترافقين فإن : $\frac{١}{ع_١} + \frac{١}{ع_٢}$ يمكن أن يساوى ....

(أ) ٠,٢ (ب) ٢ + ٣ ت (جـ) ٥ ت (د) ١ + ت

---

١٣ أى من الآتى صحيح ؟

(أ) ٢ + ٣ ت > ٣ + ٤ ت (ب) ٣ − ٤ ت > ٢ − ٣ ت

(جـ) ١ + ت > −١ − ت (د) لا شئ مما سبق.

---

١٤ إذا كان : ل ، م هما جذرا المعادلة التربيعية : $س^٢ + ١ = ٠$ فإن : $ل^{٢٠٢٢} + م^{٢٠٢٢} =$ ....

(أ) −٢ ت (ب) ٢ ت (جـ) −٢ (د) ٢٠١٨

---

١٥ إذا كان : ل ، م هما جذرا المعادلة : $٢ ت س^٢ - ٤ ت س + ٣ ت^٣ = ٠$ فإن : $ل^٢ + م^٢ =$ ....

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٧

---

١٦ إذا كان : ٣ ، ٢ − ت جذرين لمعادلة من الدرجة الثالثة معاملاتها حقيقية فإن الجذر الثالث لهذه المعادلة هو ....

(أ) −٣ (ب) ٢ + ت (جـ) −٢ + ت (د) ٢ − ت

---

١٧ $ت^{\underline{|٠}} + ت^{\underline{|١}} + ت^{\underline{|٢}} + ت^{\underline{|٣}} + ... + ت^{\underline{|٢٥}} =$ ....

(أ) صفر (ب) ٢ ت (جـ) ٢ ت + ٢٥ (د) ٢ ت + ٢٠

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : ع = ٣ + ٤ ت فإن : | ع | = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

---

٢ إذا كان : ع = ٦ $\left(حتا \frac{\pi}{٣} + ت حا \frac{\pi}{٣}\right)$ فإن : $|\bar{ع}| =$ ....

(أ) ٦ (ب) −٦ (جـ) $٣\sqrt{٣}$ (د) $٦\sqrt{٣}$

---

٣ إذا كان : ع = −١ + $\sqrt{٣}$ ت فإن : $|\bar{ع}| =$ ....

(أ) −١ − $\sqrt{٣}$ ت (ب) $\sqrt{٢}$ (جـ) ٢ (د) −٢

٤ سعة العدد المركب ع = −٣ تساوى ....

(أ) صفر (ب) ٩٠° (ج) ١٨٠° (د) ٢٧٠°

٥ العدد المركب ع = −٢ ت بالصورة المثلثية يساوى ....

(أ) ٢ (حتا ٩٠° + ت حا ٩٠°) (ب) ٢ (حتا − ٩٠° + ت حا − ٩٠°)

(ج) ٢ (حتا ٠° + ت حا ٠°) (د) ٢ (حتا ١٨٠° + ت حا ١٨٠°)

٦ ٣ ت = ... (على الصورة الأسية)

(أ) $هـ^{\frac{-\pi}{٢}ت}$ (ب) $٣ هـ^{\frac{\pi}{٢}ت}$ (ج) $٣ هـ^{\frac{-\pi}{٢}ت}$ (د) $٣ هـ^{\pi ت}$

٧ السعة الأساسية للعدد المركب ع = ١ − ت هى ....

(أ) $\frac{\pi}{٤}$ (ب) $-\frac{\pi}{٤}$ (ج) $\frac{-٧\pi}{٤}$ (د) $\frac{٧\pi}{٤}$

٨ أى مما يأتى يمثل الصورة الجبرية للعدد ٢ (حتا $\frac{٢\pi}{٣}$ + ت حا $\frac{٢\pi}{٣}$) ؟

(أ) $-\sqrt{٣}$ + ت (ب) −١ + $\sqrt{٣}$ ت (ج) $-\sqrt{٢} + \sqrt{٢}$ ت (د) $-\sqrt{٣} - \sqrt{٣}$ ت

٩ الصورة الجبرية للعدد المركب ع = $\sqrt{٢}\, هـ^{\frac{\pi}{٤}ت}$ هى ....

(أ) ١ + ت (ب) ١ − ت (ج) −١ + ت (د) −١ − ت

١٠ إذا كان : ع = $\sqrt{٢}$ (حا ٣٠° + ت حتا ٣٠°) فإن السعة الأساسية للعدد ع تساوى ....

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (ج) ٩٠° (د) ١٢٠°

١١ إذا كان : ع = −٣ (حتا ٤٥° + ت حا ٤٥°) فإن سعة العدد ع = ...

(أ) −١٣٥ (ب) ١٣٥° (ج) ٤٥° (د) −٤٥°

١٢ إذا كان : ع = ٢ + ٢ $\sqrt{٣}$ ت فإن الصورة الأسية للعدد ع تساوى ....

(أ) $٤ هـ^{\frac{-\pi}{٣}ت}$ (ب) $٤ هـ^{\frac{\pi}{٣}ت}$ (ج) $٤ هـ^{\frac{-\pi}{٦}ت}$ (د) $٤ هـ^{\frac{\pi}{٦}ت}$

١٣ حتا $\frac{\pi}{٦}$ − ت حا $\frac{\pi}{٦}$ = ...

(أ) $هـ^{\frac{\pi}{٦}ت}$ (ب) $هـ^{-\frac{\pi}{٦}ت}$ (ج) $هـ^{\frac{٥\pi}{٦}ت}$ (د) $هـ^{\frac{-٥\pi}{٦}ت}$

١٤ إذا كان : $\text{ع}_١ = -١ - \text{ت}$ فإن الصورة الأسية للعدد ع = ...

(أ) $\text{هـ}^{\frac{٣\pi}{٤}\text{ت}}$ (ب) $\text{هـ}^{\frac{٥\pi}{٤}\text{ت}}$ (ج) $\sqrt{٢}\,\text{هـ}^{-\frac{٣\pi}{٤}\text{ت}}$ (د) $\sqrt{٣}\,\text{هـ}^{٢٢٥\,\text{ت}}$

---

١٥ الجزء الحقيقى للعدد المركب الذى مقياسه $\sqrt{٢}$ وسعته $\frac{٧\pi}{٦}$ هو ....

(أ) $-\sqrt{٣}$ (ب) $-\frac{\sqrt{٦}}{٢}$ (ج) $-\frac{\sqrt{٢}}{٦}$ (د) $-\frac{\sqrt{٦}}{٣}$

---

١٦ إذا كان : $\text{ع}_١ = ٢\,\text{ت}$ ، $\text{ع}_٢ = -١ + ٣\,\text{ت}$ حيث $\text{ت}^٢ = -١$ فإن : سعة $(\text{ع}_١ - \text{ع}_٢)$ تساوى ....

(أ) $\frac{٣\pi}{٤}$ (ب) $\frac{\pi}{٢}$ (ج) $-\frac{\pi}{٤}$ (د) $-\frac{٣\pi}{٤}$

---

١٧ إذا كانت : $\text{ع}_١ = ٣ + ٣\sqrt{٣}\,\text{ت}$ ، $\text{ع}_٢ = -٤ - ٤\sqrt{٣}\,\text{ت}$ فإن : سعة $(\text{ع}_١ + \text{ع}_٢) =$ ....

(أ) ٦٠° (ب) -١٢٠° (ج) ١٨٠° (د) -٦٠°

---

١٨ الصورة المثلثية للعدد $(\text{ت}^{٢٥})^٣$ حيث $\text{ت}^٢ = -١$ هى ....

(أ) $\text{حتا}\,\frac{\pi}{٢} + \text{ت}\,\text{حا}\,\frac{\pi}{٢}$ (ب) $\text{حتا}\,\pi + \text{ت}\,\text{حا}\,\pi$ (ج) $\text{حتا}\,\pi - \text{ت}\,\text{حا}\,\pi$ (د) $\text{حتا}\,\frac{\pi}{٢} - \text{ت}\,\text{حا}\,\frac{\pi}{٢}$

---

١٩ إذا كان : $\text{ع} = \text{ت}^{١٠} + \text{ت}^{٨\text{ك}-٥}$ حيث $\text{ك} \in \text{ص}$ فإن السعة الأساسية للعدد ع = ...

(أ) $\frac{٣\pi}{٤}$ (ب) $\frac{\pi}{٤}$ (ج) $\frac{-\pi}{٤}$ (د) $\frac{-٣\pi}{٤}$

---

٢٠ $\left(\frac{\sqrt{٢}\,\text{ت}^٥}{\text{ت}^٤ + \text{ت}^٥}\right)^٤ =$ ....

(أ) $\text{هـ}^{\frac{\pi}{٢}\text{ت}}$ (ب) $\text{هـ}^{-\frac{\pi}{٢}\text{ت}}$ (ج) $\text{هـ}^{\pi\,\text{ت}}$ (د) $\text{هـ}^{\frac{\pi}{٤}\text{ت}}$

---

٢١ إذا كان ع عددًا مركبًا سعته الأساسية θ فإن :

أولًا : سعة $(\bar{\text{ع}}) =$ ....

(أ) θ (ب) $-\theta$ (ج) $\frac{\pi}{٢} - \theta$ (د) $\pi - \theta$

ثانيًا : سعة $(٢\,\text{ع}) =$ ....

(أ) θ (ب) $-\theta$ (ج) ٢θ (د) -٢θ

ثالثًا : سعة $\left(\frac{١}{\text{ع}}\right) =$ ....

(أ) θ (ب) $-\theta$ (ج) $\pi - \theta$ (د) $-\pi + \theta$

٢٢ إذا كان : ع = $\frac{١}{ع}$ فإن : | ع | = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) −١ (د) ± ١

٢٣ إذا كان : | ع | = ١٠ فإن : ع $\overline{ع}$ = ...

(أ) ١٠ (ب) ١٠٠ (جـ) ١ (د) −١٠٠

٢٤ إذا كان : | ع | = ٦ فإن : | − $\overline{ع}$ | = ...

(أ) ٦ (ب) −٦ (جـ) $\frac{١}{٦}$ (د) − $\frac{١}{٦}$

٢٥ إذا كان : | ع | + | $\overline{ع}$ | = ١٢ فإن : | ت ع | = ...

(أ) ١٢ (ب) ١٢ ت (جـ) ٦ (د) −٦

٢٦ إذا كان : $\overline{ع}$ = $\frac{٣٦}{ع}$ فإن : | ع |^{٢} − ٤ | $\overline{ع}$ | − ١٠ = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

٢٧ إذا كان : ع عدد مركب غير حقيقى فأى الأعداد الآتية لها نفس سعة ع ؟

(أ) − ع (ب) $\overline{ع}$ (جـ) $\frac{١}{ع}$ (د) $\frac{١}{\overline{ع}}$

٢٨ إذا كان ع عدد مركب غير صفرى فإن سعة (ع) الأساسية + سعة ($\overline{ع}$) الأساسية = ...

(أ) صفر (ب) °٩٠ (جـ) °١٨٠ (د) −°٩٠

٢٩ إذا كان : ع عدد مركب فأى العبارات الآتية خطأ ؟

(أ) ع $\overline{ع}$ = | ع |^{٢} (ب) ع $\overline{ع}$ = | $\overline{ع}$ |^{٢}

(جـ) سعة (ع) = سعة ($\overline{ع}$) (د) $\overline{ع_١ + ع_٢}$ = $\overline{ع_١}$ + $\overline{ع_٢}$

٣٠ إذا كان : ع + ٢ = ت (ع − ٢) فإن العدد المركب ع = ... (بالصورة المثلثية)

(أ) ٢ (حتا °٠ + ت حا °٠) (ب) ٢ (حتا °٩٠ + ت حا °٩٠)

(جـ) ٢ (حتا °١٨٠ + ت حا °١٨٠) (د) ٢ (حتا −°٩٠ + ت حا −°٩٠)

٣١ إذا كان : $ع_١ = ٢\sqrt{٣} - ت$ ، $ع_٢ = ٢$ (جتا ٣٠° + ت جا ٣٠°) فإن : $\overline{ع_١} - \overline{ع_٢} =$ ....

(أ) $٢\sqrt{٣} + ت$ (ب) $\sqrt{٣} - ت$ (ج) $\sqrt{٣} + ٢ت$ (د) $٣\sqrt{٣} + ٢ت$

---

٣٢ المعكوس الضربى للعدد المركب ع حيث | ع | ≠ ١ هو ....

(أ) $\overline{ع}$ (ب) $\frac{\overline{ع}}{|ع|^٢}$ (ج) $\frac{\overline{ع}}{|ع|}$ (د) $\frac{ع}{|ع|^٢}$

---

٣٣ $هـ^{\theta ت} + هـ^{-\theta ت} =$ ....

(أ) $هـ^{٢\theta ت}$ (ب) ٢ جتا θ (ج) ٢ جا θ (د) $هـ^{-٢\theta ت}$

---

٣٤ القيمة العددية للمقدار : $هـ^{\pi ت} - هـ^{-\pi ت} =$ ....

(أ) −٢ (ب) صفر (ج) ١ (د) ٢

---

٣٥ $هـ^{٢\pi ت} =$ .... (على الصورة الجبرية)

(أ) ١ + ت (ب) ١ − ت (ج) ١ (د) −١

---

٣٦ $هـ^{٢+\pi ت} - هـ^{-\pi ت} =$ ....

(أ) ١ (ب) $هـ^٢$ (ج) $١ - هـ^٢$ (د) $هـ^٢ - ١$

---

٣٧ إذا كانت السعة الأساسية للعدد $ع_١$ هى $\theta_١$ والسعة الأساسية للعدد $ع_٢$ هى $\theta_٢$

فإن السعة الأساسية للعدد $ع_١ ع_٢$ هى ....

(أ) $\theta_١ + \theta_٢$ (ب) $\theta_١ \times \theta_٢$ (ج) $\theta_١ - \theta_٢$ (د) $\theta_١ \div \theta_٢$

---

٣٨ إذا كانت السعة الأساسية للعدد $ع_١ = \frac{٤\pi}{٥}$ والسعة الأساسية للعدد $ع_٢ = \frac{٢\pi}{٣}$

فإن السعة الأساسية للعدد $\left(\frac{ع_١}{ع_٢}\right) =$ ....

(أ) $\frac{٢\pi}{١٥}$ (ب) $\frac{\pi}{١٥}$ (ج) $\frac{٢٢\pi}{١٥}$ (د) $\frac{٣\pi}{١٠}$

---

٣٩ ٣ (جتا ٣٠° + ت جا ٣٠°) × ٦ (جتا ٧٠° + ت جا ٧٠°) = ...

(أ) ١٨ (جتا ٢١٠° + ت جا ١٠٠°) (ب) ٩ (جتا ١٠٠° + ت جا ١٠٠°)

(ج) ١٨ (جتا ١٠٠° + ت جا ١٠٠°) (د) ٩ (جتا ٤٠° + ت جا ٤٠°)

٤٠ ٦ (حتا ٢١٠° + ت حا ٢١٠°) ÷ ٣ (حتا ٧٠° + ت حا ٧٠°) = ...

أ) ٢ (حتا ٣° + ت حا ٣°) ب) ٣ (حتا ٣٠° + ت حا ٣٠°)

جـ) ٣ (حتا ١٤٠° + ت حا ١٤٠°) د) ٢ (حتا ١٤٠° + ت حا ١٤٠°)

---

٤١ $[$٥ (حتا ١٠° + ت حا ١٠°)$]^{٢}$ = ...

أ) ٢٥ (حتا ١٠٠° + ت حا ١٠٠°) ب) ١٠ (حتا ١٠٠° + ت حا ١٠٠°)

جـ) ٢٥ (حتا ٢٠° + ت حا ٢٠°) د) ١٠ (حتا ٢٠° + ت حا ٢٠°)

---

٤٢ (حتا $\frac{٥\pi}{٣}$ + ت حا $\frac{٥\pi}{٣}$)^{٤} = هـ ....

أ) $\frac{٢\pi}{٣}$ ت ب) $-\frac{١}{٣}\pi$ ت جـ) $\frac{١}{٣}\pi$ ت د) $\frac{-٥}{٣}\pi$ ت

---

٤٣ إذا كان : ع = ٢ (حتا $\frac{\pi}{٣}$ + ت حا $\frac{\pi}{٣}$) فإن : $\frac{١}{ع}$ = ...

أ) $\frac{١}{٢}$ هـ$^{\frac{٢\pi}{٣}ت}$ ب) $\frac{١}{٢}$ هـ$^{\frac{-\pi}{٣}ت}$ جـ) ٢ هـ$^{\frac{٢\pi}{٣}ت}$ د) ٢ هـ$^{\frac{-\pi}{٣}ت}$

---

٤٤ إذا كان : ع$_{١}$ = ٦ (حتا ٢٤٠° + ت حا ٢٤٠°) ، ع$_{٢}$ = ٢ (حتا ٣٠٠° + ت حا ٣٠٠°) فإن : $\frac{ع_{٢}}{ع_{١}}$ = ...

أ) ٣ هـ$^{-\frac{\pi}{٢}ت}$ ب) ٣ هـ$^{-\frac{\pi}{٣}ت}$ جـ) $\frac{١}{٣}$ هـ$^{\frac{\pi}{٣}ت}$ د) $\frac{١}{٣}$ هـ$^{\frac{\pi}{٢}ت}$

---

٤٥ إذا كان : ع$_{١}$ = حتا $\frac{٢\pi}{٣}$ + ت حا $\frac{٢\pi}{٣}$ ، ع$_{٢}$ = حتا $\frac{\pi}{٦}$ + ت حا $\frac{\pi}{٦}$

فإن : سعة العدد $\left(\frac{ع_{١}}{ع_{٢}}\right)^{٧}$ هي ....

أ) $\frac{\pi}{٦}$ ب) π جـ) $\frac{-١}{٢}\pi$ د) ٢ π

---

٤٦ إذا كان : س = حتا ١٧° + ت حا ١٧° ، ص = حتا ١١° + ت حا ١١°

فإن العدد المركب ع = س^{٣} ص^{٩} على الصورة المثلثية هو ....

أ) حتا ٣٠° + ت حا ٣٠° ب) حتا ١٥٠° + ت حا ١٥٠°

جـ) حتا −١٢٠° + ت حا −١٢٠° د) حتا −٦٠° + ت حا −٦٠°

---

٤٧ $\frac{(\text{حتا } \theta + \text{ت حا } \theta)^{٤}}{(\text{حا } \theta + \text{ت حتا } \theta)^{٥}}$ = ...

أ) حا ٩θ − ت حتا ٩θ ب) حتا ٩θ − ت حا ٩θ

جـ) حتا θ − ت حا θ د) حا θ − ت حتا θ

٤٨ إذا كانت : $ع_١ = ل_١ (حتا θ_١ + ت حا θ_١)$ ، $ع_٢ = ل_٢ (حتا θ_٢ + ت حا θ_٢)$ وكان $θ_١ + θ_٢ = π$

فإن : $ع_١ ع_٢ =$ ....

(أ) $ل_١ ل_٢$ (ب) $- ل_١ ل_٢$ (جـ) $ل_١ ل_٢ ت$ (د) $- ل_١ ل_٢ ت$

---

٤٩ إذا كان : $ع_١ = ١٠ (حتا θ + ت حا θ)$ ، $ع_٢ = ٥ (حتا α + ت حا α)$ وكان $θ - α = \frac{٣π}{٤}$

فإن : $\frac{ع_١}{ع_٢} =$ ....

(أ) $-\sqrt{٢} + \sqrt{٢}$ ت (ب) $\sqrt{٢} - \sqrt{٢}$ ت (جـ) $١ - \sqrt{٣}$ ت (د) $-١ + \sqrt{٣}$ ت

---

٥٠ إذا كان : $\frac{حتا θ - ت حا θ}{حتا ٣θ - ت حا ٣θ} =$ ت فإن : $θ =$ ....

(أ) $\frac{π}{٤}$ (ب) $\frac{π}{٣}$ (جـ) $\frac{π}{٦}$ (د) $\frac{٥π}{١٢}$

---

٥١ إذا كانت : ع $= \frac{ت}{حتا ٧٥° + ت حا ٧٥°}$ فإن السعة الأساسية للعدد $(ع^٦)$ تساوى ....

(أ) $\frac{٥π}{٦}$ (ب) $\frac{٢π}{٣}$ (جـ) $\frac{π}{٣}$ (د) $\frac{π}{٢}$

---

٥٢ إذا كان : ع $= (١ + \sqrt{٣}$ ت$)^ن$ وكان $|ع| = ٨$ فإن السعة الأساسية للعدد ع تساوى ....

(أ) $\frac{π}{٢}$ (ب) $\frac{π}{٣}$ (جـ) $\frac{π}{٦}$ (د) $π$

---

٥٣ إذا كان : $أ \neq ٠$ وكان $ع_١ = ١ + \sqrt{٢}$ ت ، $ع_٢ = ٢ (حتا \frac{π}{أ} + ت حا \frac{π}{أ})$ فإن : $\left|\frac{ع_١}{ع_٢}\right| =$ ....

(أ) ٢ (ب) $\sqrt{٢}$ (جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) $\sqrt{٦}$

---

٥٤ إذا كان : ع = ١ − ت فإن السعة الأساسية للعدد $\left(\frac{\bar{ع}}{ت}\right) =$ ....

(أ) $\frac{-٣π}{٤}$ (ب) $\frac{-π}{٢}$ (جـ) $\frac{-π}{٣}$ (د) $\frac{-π}{٤}$

---

٥٥ إذا كانت سعة العدد ع = ٢٨° فإن سعة العدد $\left(\frac{ت}{ع}\right) =$ ....

(أ) ٢٨° (ب) ٦٢° (جـ) ١١٨° (د) −٢٨°

---

٥٦ إذا كان : ع عدد حقيقى فإن من المؤكد $\sqrt[٥]{ع} \in$ ....

(أ) ص (ب) ط (جـ) ح (د) ك

٥٧ إذا كان : ع = س + ت ص فإن الجزء الحقيقى للعدد $هـ^{ع}$ هو ....

(أ) $هـ^{س}$ حتا ص (ب) $هـ^{س}$ حا ص (ج) $هـ^{س}$ (د) حتا ص

---

٥٨ الجزء الحقيقى فى العدد المركب $(هـ^{٣ + \frac{\pi}{٢}ت})$ يساوى ....

(أ) صفر (ب) $هـ^{٣}$ (ج) $هـ^{-٣}$ (د) $-هـ^{٣}$

---

٥٩ إذا كان : $ع = \frac{٢ - ت}{٢ + ت}$ فإن : $|ع| =$ ....

(أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ١ (د) ٥

---

٦٠ إذا كان : $أ \in ح$ ، $ب \in ح$ ، $ع = \frac{(أ + ب) + (أ - ب)ت}{(أ - ب) - (أ + ب)ت}$ فإن سعة العدد (ع) = ...

(أ) $-\pi$ (ب) $-\frac{\pi}{٢}$ (ج) $\frac{\pi}{٢}$ (د) π

---

٦١ إذا كان $ع_{١} =$ حتا $\frac{٧\pi}{٦}$ + ت حا $\frac{٧\pi}{٦}$ وكان : $|ع_{٢}| = ٤$ ، سعة $(ع_{١} ع_{٢}) = \frac{-٢\pi}{٣}$ فإن : $ع_{٢} =$ ....

(أ) $٤ هـ^{\frac{٢\pi}{٧}ت}$ (ب) $٤ هـ^{\frac{\pi}{٣}ت}$ (ج) $٤ هـ^{\frac{\pi}{٦}ت}$ (د) $٤ هـ^{\frac{\pi}{١٢}ت}$

---

٦٢ إذا كانت سعة العدد المركب $ع \in]-\pi ، ٠[$ فإن : سعة (− ع) − سعة (ع) = ...

(أ) π (ب) $-\pi$ (ج) $-\frac{\pi}{٢}$ (د) $\frac{\pi}{٢}$

---

٦٣ إذا كان : $ع_{١}$ ، $ع_{٢}$ عددان مركبان غير صفريان وكان $|ع_{١}| = |ع_{٢}|$ ، سعة $(ع_{١})$ + سعة $(ع_{٢}) = \pi$

فإن : $ع_{١} =$ ....

(أ) $ع_{٢}$ (ب) $\overline{ع_{٢}}$ (ج) $-ع_{٢}$ (د) $-\overline{ع_{٢}}$

---

٦٤ إذا كان $ع_{١}$ ، $ع_{٢}$ عددان مركبان ، سعة $(ع_{١} ع_{٢}) = \frac{٥\pi}{١٨}$ ، سعة $\left(\frac{ع_{١}}{ع_{٢}}\right) = \frac{\pi}{٩}$ فإن سعة $ع_{١} =$ ....

(أ) $\frac{٥\pi}{٣٦}$ (ب) $\frac{٧\pi}{٣٦}$ (ج) $\frac{\pi}{٣}$ (د) $\frac{\pi}{٤}$

---

٦٥ إذا كانت سعة $(ع_{١} ع_{٢}) = \frac{\pi}{٦}$ ، سعة $(ع_{١} ع_{٣}) = \frac{٢\pi}{٩}$ ، سعة $(ع_{٢} ع_{٣}) = \frac{٥\pi}{١٨}$

فإن : سعة $(ع_{١} ع_{٢} ع_{٣}) =$ ....

(أ) $\frac{\pi}{٣}$ (ب) $\frac{\pi}{٤}$ (ج) $\frac{\pi}{٥}$ (د) $\frac{\pi}{٦}$

٦٦ إذا كان ع عدد مركب وكان سعة (ع − ٢) = $\frac{\pi}{٢}$ ، سعة (ع − ٤) = $\frac{٣\pi}{٤}$ فإن : سعة ع = ...

(أ) π (ب) $\frac{\pi}{٢}$ (جـ) $\frac{\pi}{٤}$ (د) $\frac{٣\pi}{٤}$

---

٦٧ إذا كان : $|ع_١| = |ع_٢|$ ، سعة $(ع_١)$ + سعة $(ع_٢)$ = صفر فإن : ....

(أ) $\overline{ع_١} = ع_٢$ (ب) $ع_١ = ع_٢$ (جـ) $ع_١ + ع_٢ = ٠$ (د) $\overline{ع_١} = \overline{ع_٢}$

---

٦٨ إذا كان : ع عدد مركب سعته θ ، $|ع| = ١$ فإن سعة العدد المركب $\left(\frac{١ + ع}{١ + \overline{ع}}\right)$ تساوى ....

(أ) $-\theta$ (ب) $\frac{\pi}{٢} - \theta$ (جـ) θ (د) $\pi - \theta$

---

٦٩ إذا كانت : $|ع| = |ع - ٢|$ فإن الجزء الحقيقى للعدد ع يساوى ....

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) −٢ (د) ٢

---

٧٠ إذا كان : ع عدد مركب وكان $|ع - ٣| = |ع|$ وكانت السعة الأساسية للعدد (ع) تساوى $\frac{-\pi}{٤}$

فإن : $|ع|$ = ...

(أ) $٣\sqrt{٢}$ (ب) $\frac{٣\sqrt{٢}}{٢}$ (جـ) $٢\sqrt{٢}$ (د) ٢

---

٧١ إذا كانت السعة الأساسية للعدد $(\overline{ع})$ = $\frac{-\pi}{٣}$ فإن السعة الأساسية للعدد (ع + ت ع)

تساوى .... حيث ع عدد مركب.

(أ) $\frac{\pi}{٣}$ (ب) $\frac{٥\pi}{١٢}$ (جـ) $\frac{٧\pi}{١٢}$ (د) $\frac{٣\pi}{٤}$

---

٧٢ إذا كانت السعة الأساسية للعدد $(ع^{٤})$ تزيد عن ثلاثة أمثال السعة الأساسية للعدد (٥ ع) بمقدار $\frac{\pi}{٣}$

فإن السعة الأساسية للعدد $(\overline{ع})$ تساوى ....

(أ) $\frac{\pi}{٣}$ (ب) $\frac{-\pi}{٣}$ (جـ) $\frac{-\pi}{٣٣}$ (د) $\frac{٢\pi}{٣}$

---

٧٣ إذا كان : ع عدد مركب وكان ع = حا ٢٠° (١ + ت ظا ٢٠°) فإن :

أولًا : $|ع|$ = ...

(أ) ١ (ب) حا ٢٠° (جـ) حتا ٢٠° (د) ظا ٢٠°

ثانيًا : السعة الأساسية للعدد (ع) تساوى ....

(أ) ٢٠° (ب) ٤٠° (جـ) ٥٠° (د) ٧٠°

٧٤ إذا كان : $ع_١ = جتا\,θ_١ + ت\,جا\,θ_١$ حيث $٠ < θ_١ < \frac{π}{٢}$ ، $ع_٢ = جتا\,θ_٢ + ت\,جا\,θ_٢$ حيث $٠ < θ_٢ < \frac{π}{٢}$

وكان : $ع_١^{-٤} ع_٢^{٣} = ١$ فإن : $\frac{θ_١}{θ_٢} = ...$

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (جـ) $\frac{٧}{٨}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

---

٧٥ إذا كانت سعة العدد المركب $\left(\frac{٤}{ت}\right)$ + سعة العدد المركب $(-١ + \sqrt{٣}\,ت) = \frac{ك\,π}{٦}$ فإن : ك = ...

(أ) -٢ (ب) -١ (جـ) ١ (د) ٢

---

٧٦ إذا كانت سعة العدد المركب $(ع - ١ + ت) = π$ وكان $|ع| = ٢$ فإن : ع يمكن أن يساوى ....

(أ) $١ - \sqrt{٣}\,ت$ (ب) $-١ + \sqrt{٣}\,ت$ (جـ) $\sqrt{٣} - ت$ (د) $٣ - ت$

---

٧٧ مقياس العدد المركب $ع = (١ + ت\,ظا\,١٥°)$ يساوى ....

(أ) $جا\,١٥°$ (ب) $جتا\,١٥°$ (جـ) $ظا\,١٥°$ (د) $قا\,١٥°$

---

٧٨ إذا كان : ع عدد مركب حيث $ع + |ع| = ٨ + ١٢\,ت$ فإن : $|ع|^٢ = ...$

(أ) ١٢١ (ب) ١٤٤ (جـ) ١٦٩ (د) ٢٢٨

---

٧٩ إذا كان : $س + ص\,ت = \frac{أ + ب\,ت}{أ - ب\,ت}$ فإن : $س^٢ + ص^٢ = ...$

(أ) $أ^٢ + ب^٢$ (ب) $أ^٢ - ب^٢$ (جـ) $أ - ب$ (د) ١

---

٨٠ إذا كان : أ عددًا حقيقيًا فإن مرافق العدد $\frac{أ^٣ + ت}{أ^٢ + أ\,ت - ١}$ هو ....

(أ) $أ - ت$ (ب) $أ + ت$ (جـ) $\frac{أ^٣ - ت}{أ^٢ + أ\,ت - ١}$ (د) $\frac{أ^٣ + ت}{أ^٢ - أ\,ت - ١}$

---

٨١ إذا كانت : $ع = \left(\frac{١}{٢} + \frac{\sqrt{٣}}{٢}\,ت\right)^{ن}$ حيث ن عدد صحيح موجب وكان ع = ١ فإن أصغر قيم ن = ...

(أ) ٩ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ١

---

٨٢ سعة العدد المركب $[(١ - جتا\,θ) + ت\,جا\,θ]$ تساوى .... حيث $٠ < θ < π$

(أ) $\frac{π}{٤} - \frac{θ}{٢}$ (ب) $\frac{π}{٢} - \frac{θ}{٢}$ (جـ) $\frac{π}{٢} - θ$ (د) $\frac{π}{٢} - \frac{θ}{٤}$

٨٣ إذا كان : ع = ١ + حتا ٢ θ + ت حا ٢ θ فإن : |ع| = ... حيث θ قياس زاوية حادة.

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٢ حتا θ (د) ٢ حا ٢ θ

---

٨٤ إذا كانت : ع = ١ + حتا ٤٠° + ت حا ٤٠° فإن سعة (ع) = ...

(أ) $\frac{\pi}{٤}$ (ب) $\frac{\pi}{٩}$ (جـ) $\frac{\pi}{١٨}$ (د) $\frac{٢\pi}{٩}$

---

٨٥ إذا كان : ع = حتا $\frac{\pi}{٣}$ + ت حا $\frac{\pi}{٣}$ فإن : ع + ١ = ... (على الصورة الأسية)

(أ) هـ$^{\frac{\pi}{٦}ت}$ (ب) $\sqrt{٣}$ هـ$^{\frac{\pi}{٦}ت}$ (جـ) $\sqrt{٣}$ هـ$^{\frac{\pi}{٣}ت}$ (د) $(\sqrt{٢} + ١)$ هـ$^{\frac{\pi}{٣}ت}$

---

٨٦ إذا كان : ع = حتا θ − ت حا θ فإن : $\frac{ع^٢ - ١}{ع ت}$ = ...

(أ) −٢ حا θ (ب) ٢ حا θ (جـ) حا θ (د) حا ٢ θ

---

٨٧ إذا كانت : أ = حتا θ + ت حا θ فإن : $\frac{١ + أ}{١ - أ}$ = ...

(أ) طتا $\frac{\theta}{٢}$ (ب) طتا θ (جـ) ت طتا $\frac{\theta}{٢}$ (د) ت طا $\frac{\theta}{٢}$

---

٨٨ سعة العدد المركب ع = $\frac{١ + ت طا ١٨°}{١ - ت طا ١٨°}$ هى ....

(أ) $\frac{١}{٢}\pi$ (ب) $\frac{١}{٤}\pi$ (جـ) $\frac{١}{٥}\pi$ (د) $\frac{١}{١٢}\pi$

---

٨٩ إذا كان : ع$_١$ = حتا ٧٠° + ت حا ٧٠° ، ع$_٢$ = حتا ٢٠° + ت حا ٢٠° فإن

أولًا : سعة العدد (ع$_١$ + ع$_٢$) = ...

(أ) ٩٠° (ب) ٥٠° (جـ) ٤٥° (د) ١٤٠°

ثانيًا : مقياس العدد (ع$_١$ + ع$_٢$) = ...

(أ) $\sqrt{٢}$ (ب) حتا ٢٠°

(جـ) حا ٢٠° (د) $\sqrt{٢}$ (حتا ٢٠° + حا ٢٠°)

---

٩٠ إذا كان : أ = حتا θ + ت حا θ ، ب = حتا α + ت حا α

فإن قيمة المقدار : $\frac{١}{٢}$ (أب + $\frac{١}{أب}$) تساوى ....

(أ) حا $(\theta + \alpha)$ (ب) حا $(\theta - \alpha)$ (جـ) حتا $(\theta + \alpha)$ (د) حتا $(\theta - \alpha)$

٩١ إذا كان : $ع_١$ ، $ع_٢$ عدديين مركبين غير صفريين وكان $|ع_١ + ع_٢| = |ع_١| + |ع_٢|$
فإن : سعة $(ع_١)$ – سعة $(ع_٢)$ = ...

(أ) π (ب) $\frac{\pi}{٢}$ (جـ) $-\pi$ (د) صفر

٩٢ المعادلة $ع^٢ = \bar{ع}$ لها .... فى ك

(أ) حل وحيد (ب) حلان (جـ) أربعة حلول (د) ليس لها حل

٩٣ حاصل ضرب جذور المعادلة $س^٤ - ١ = ٠$ يساوى ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) –١ (د) ت

٩٤ إذا كان : $\sqrt{٧ + ٢٤ ت} = س + ت ص$ فإن : $(س + ص)^٢ =$ ....

(أ) ٧ (ب) ٢٤ (جـ) ٤٩ (د) ٥٧٦

٩٥ $\sqrt{٥ + ١٢ ت} =$ ....

(أ) $\pm (٢ + ٣ ت)$ (ب) $\pm (٣ + ٢ ت)$ (جـ) $\pm (٢ - ٣ ت)$ (د) $\pm (٣ - ٢ ت)$

٩٦ إذا كان : $ع_١ = ٢ \left(جتا \frac{٢\pi}{٣} + ت جا \frac{٢\pi}{٣}\right)$ وكان $ع = -٢ ت \bar{ع_١}$ فإن أحد الجذور التربيعية للعدد (ع)
هو ....

(أ) $\sqrt{٢}\, هـ^{\frac{-٥\pi}{١٢} ت}$ (ب) $٢\, هـ^{\frac{٥\pi}{١٢} ت}$ (جـ) $\sqrt{٢}\, هـ^{\frac{-٧\pi}{١٢} ت}$ (د) $٢\, هـ^{\frac{٧\pi}{١٢} ت}$

٩٧ إذا كانت : $ع_١ = ٤\, هـ^{\frac{٥\pi}{٦} ت}$ ، $ع_٢ = ت$ فإن : $\sqrt{ع_١ ع_٢} =$ ....

(أ) $\pm (١ + \sqrt{٣} ت)$ (ب) $\pm (١ - \sqrt{٣} ت)$ (جـ) $\pm \sqrt{٣} ت$ (د) $٢ \pm \sqrt{٣} ت$

٩٨ الجذران التربيعيان للعدد ت هما ....

(أ) $هـ^{\frac{\pi}{٤} ت}$ ، $هـ^{-\frac{٣}{٤}\pi ت}$ (ب) $هـ^{\frac{-\pi}{٤} ت}$ ، $هـ^{\frac{٣}{٤}\pi ت}$ (جـ) $هـ^{-\frac{\pi}{٤} ت}$ ، $هـ^{\frac{\pi}{٤} ت}$ (د) $هـ^{-\frac{٣}{٤}\pi ت}$ ، $هـ^{\frac{٣}{٤}\pi ت}$

٩٩ مجموع الجذرين التربيعين للعدد المركب (٣ – ٤ ت) يساوى ....

(أ) صفر (ب) $\pm (\sqrt{٣} - ٢ ت)$ (جـ) $\pm (٢ - ت)$ (د) ٦

١٠٠ إذا كانت : $ع_١$ ، $ع_٢$ ، $ع_٣$ هى الجذور التكعيبية للعدد ع = ٦ + ٨ ت فإن : $\frac{٢٥ ع_١^٣ \times ٤ ع_٢^٦}{ع_٣^{١٢}}$ = ...

(أ) ٦ + ٨ ت (ب) ٦ − ٨ ت (جـ) ٣ + ٤ ت (د) ٣ − ٤ ت

---

١٠١ إذا كانت : $ع_١ = ٢ هـ^{\frac{٢\pi}{٣} ت}$ ، $ع_١ ع_٢ = ٨ هـ^{\frac{١١\pi}{٣} ت}$

فإن حاصل ضرب الجذرين التربيعيين للعدد $ع_٢$ = ...

(أ) $٤ هـ^{\pi ت}$ (ب) ٤ (جـ) $٤ هـ^{\frac{\pi}{٢} ت}$ (د) ١٦

---

١٠٢ إذا كانت : س ∈ ك فإن مجموعة حل المعادلة $س^٢$ − (٢ + ت) س − (١ + ٥ ت) = ٠ هى ....

(أ) {٧ + ٢٤ ت ، ٧ − ٢٤ ت} (ب) {٣ + ٢ ت ، −١ − ت}

(جـ) {٤ + ٣ ت ، −٤ − ٣ ت} (د) {٣ − ٢ ت ، ١ + ت}

---

١٠٣ إذا كان : س + ت ص = ت + $\sqrt{ت}$ فإن : س + ص = ...

(أ) ١ + $\sqrt{٢}$ (ب) ١ − $\sqrt{٢}$ (جـ) ١ ± $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ (د) ١ ± $\sqrt{٢}$

---

١٠٤ إذا كان : (١ − ت) س + (١ + ت) ص + ٢ ت = ٠ فإن : المقدار $\sqrt{٣ س + ٤ ص ت}$ = ...

(أ) ± (٥ − ت) (ب) ± (٢ − ت) (جـ) ٣ + ت ، ١ − ت (د) ٦ ، − ت

---

١٠٥ $ت^ت$ = ...

(أ) $هـ^{\frac{\pi}{٢}}$ (ب) $هـ^{-\frac{\pi}{٢}}$ (جـ) −١ (د) ١

---

١٠٦ إذا كان : $أ هـ^{٢ \theta ت} + ب هـ^{-٢ \theta ت}$ = ٤ جتا ٢ θ − ٦ ت جا ٢ θ

فإن : أ × ب = ... حيث أ ، ب أعداد حقيقية.

(أ) −١ (ب) ٥ (جـ) −٥ (د) ٤

---

١٠٧ إذا كان : س + ت ص = $هـ^{\theta ت}$ فإن أقل قيمة للعدد س ص هى ....

(أ) $-\frac{١}{٢}$ (ب) −١ (جـ) −٢ (د) ١

---

١٠٨ إذا كان : س − $\frac{١}{س}$ = ت فإن : $س^{٣٢} + س^{-٣٢}$ = ...

(أ) −١ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٢

١٠٩ إذا كان : $ع + \frac{1}{ع} = 2$ حتا θ فإن : $ع^{ن} - \frac{1}{ع^{ن}} =$ ....

(أ) ± ٢ ت حا ن θ (ب) ± ٢ حتا ن θ (ج) ± ٢ ظا ن θ (د) ± ٢ قتا ن θ

١١٠ إذا كان $ع_1$ ، $ع_2$ ، $ع_3$ ثلاثة أعداد مركبة بحيث $|ع_1| = |ع_2| = |ع_3| = \left|\frac{1}{ع_1} + \frac{1}{ع_2} + \frac{1}{ع_3}\right| = 1$

وكان : $|ع_1 + ع_2 + ع_3| = أ$ فإن : ....

(أ) أ = ١ (ب) أ < ١ (ج) أ > ٣ (د) أ = ٣

١١١ إذا كان : $(2\sqrt{2} + ت)^{50} = 3^{49}(أ + ب ت)$ فإن : $أ^2 + ب^2 =$ ....

(أ) ٩ (ب) ٢٥ (ج) ٤٩ (د) ٥٠

١١٢ إذا كان : $ع_1 = 4\sqrt{3}$ (حتا ١٤٠° + ت حا ١٤٠°) ، $ع_2 = 4$ (حتا ٢٣٠° + ت حا ٢٣٠°)

فإن : $|ع_1 - ع_2| =$ ....

(أ) ٨ (ب) $8\sqrt{2}$ (ج) ١٢ (د) $12\sqrt{2}$

١١٣ إذا كان : ع عدد مركب وكان $|ع - 4| < |ع - 2|$ فإن الجزء الحقيقي للعدد المركب يمكن أن يساوى ....

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

١١٤ إذا كان : أ ب ج د شكل رباعي وكان $ع_1 = 3$ (حتا أ + ت حا أ) ، $ع_2 = 2$ (حتا ب + ت حا ب)

، $ع_3 = 4$ (حتا ج + ت حا ج) ، $ع_4 =$ حتا د + ت حا د فإن : $ع_1 ع_2 ع_3 ع_4 =$ ....

(أ) ٤٨ (ب) ٢٤ (ج) ٢٤ ت (د) ٤٨ ت

١١٥ إذا كان : $ع_{ن} =$ حتا $\frac{\pi}{2^{ن}}$ + ت حا $\frac{\pi}{2^{ن}}$ فإن : $(ع_1 \times ع_2 \times ع_3 \times ....$ إلى $\infty)$ تساوى ....

(أ) −١ (ب) صفر (ج) ٢ (د) ∞

٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ العدد ع = ٣ − ٤ ت يمثل على شكل أرجاند بالنقطة أ حيث أ = ...

(أ) (٣ ، ٤) (ب) (٣ ، −٤) (ج) (−٣ ، ٤) (د) (−٣ ، −٤)

٢ إذا كانت النقطة أ $(\sqrt{3}$ ، −١) تمثل العدد المركب ع على مستوى أرجاند

فإن المقياس والسعة الأساسية للعدد ع هما ....

(أ) $(2 ، \frac{\pi}{6})$ (ب) $(2 ، \frac{5\pi}{6})$ (ج) $(2 ، -\frac{5\pi}{6})$ (د) $(2 ، \frac{-\pi}{6})$

٣ أ ب حـ ء مربع مرسوم فى مستوى أرجاند مركزه عند نقطة الأصل فإذا كانت النقطة أ تمثل العدد المركب ($1 + \sqrt{3}$ ت) فإن النقطة حـ تمثل العدد المركب ....

(أ) $-1 - \sqrt{3}$ ت (ب) $1 - \sqrt{3}$ ت (جـ) $-1 + \sqrt{3}$ ت (د) $2(1 + \sqrt{3}$ ت$)$

---

٤ إذا كانت نقطة أ تمثل العدد ع على مستوى أرجاند ، ب تمثل العدد $\bar{ع}$ على مستوى أرجاند فإن ب صورة أ بالانعكاس فى ....

(أ) نقطة الأصل. (ب) محور س (جـ) محور ص (د) المستقيم ص = س

---

٥ إذا كان : ع = س + ت ص عددًا مركبًا وكان $\left|\frac{ع - 3ت}{ع + 3ت}\right| = 1$ فإن : ع فى مستوى أرجاند يقع ....

(أ) على محور السينات. (ب) على محور الصادات.

(جـ) فى الربع الأول. (د) فى الربع الثانى.

---

٦ العدد المركب $\left(\frac{1 + 2ت}{1 - ت}\right)$ يقع فى مستوى أرجاند فى الربع ....

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

---

٧ إذا كانت : $ع_1$ ، $ع_2$ ، $ع_3$ ، $ع_4$ هى جذور المعادلة $ع^4 = $ أ فإن المضلع الذى يصل بين النقط التى تمثل $ع_1$ ، $ع_2$ ، $ع_3$ ، $ع_4$ على مستوى أرجاند يمثل ....

(أ) مستطيلًا. (ب) مربعًا. (جـ) متوازى أضلاع. (د) شبه منحرف.

---

٨ الجذور الخماسية للواحد الصحيح تمثل على مستوى أرجاند رؤوس ....

(أ) مثلث متساوى الأضلاع. (ب) مربع.

(جـ) خماسى منتظم. (د) سداسى منتظم.

---

٩ إذا كانت : $ع_0$ ، $ع_1$ ، ... ، $ع_5$ تمثل الجذور السداسية للواحد الصحيح على مستوى أرجاند

فإن : ق($\angle$ $ع_ر$ و $ع_{ر+1}$) = ... حيث $0 \leq ر \leq 5$ ، ر $\in$ ص

(أ) $30°$ (ب) $60°$ (جـ) $90°$ (د) $120°$

---

١٠ إذا كانت النقطة (أ) تمثل فى مستوى أرجاند العدد المركب (ع) والنقطة (ب) تمثل العدد المركب (ت ع) فى نفس المستوى فإن : ق($\angle$ أ و ب) = ... حيث (و) هى نقطة الأصل.

(أ) $\frac{\pi}{4}$ (ب) $\frac{\pi}{3}$ (جـ) $\frac{\pi}{2}$ (د) π

11 إذا كانت النقط أ ، ب ، جـ تمثل فى مستوى أرجاند الأعداد المركبة ع ، − ع ، $\bar{ع}$ على الترتيب حيث ع = ٥ (جتا θ + ت جا θ) ، θ قياس زاوية حادة حيث جا θ = $\frac{٣}{٥}$ فإن مساحة المثلث أ ب جـ = ... وحدة مساحة.

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ٢٤ (د) ٢٥

---

12 النقط التى تمثل الأعداد المركبة ع ، ت ع ، ع + ت ع فى مستوى أرجاند هى رؤوس Δ أ ب جـ فإن مساحة Δ أ ب جـ = ...

(أ) | ع | (ب) $|ع|^٢$ (جـ) ٢ $|ع|^٢$ (د) $\frac{١}{٢}$ $|ع|^٢$

---

13 إذا كان : ع عدد مركب مقياسه ١٦ وكان $ع_١$ ، $ع_٢$ هما الجذران التربيعيان للعدد ع فإن طول القطعة المستقيمة التى طرفاها $ع_١$ ، $ع_٢$ يساوى .... وحدة طول.

(أ) ٣٢ (ب) ١٦ (جـ) ٨ (د) ٤

---

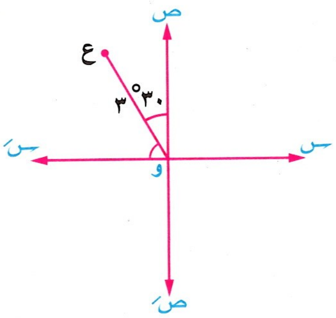
14 إذا كان $ع_١$ ، $ع_٢$ ، $ع_٣$ هى جذور المعادلة $ع^٣$ = ٤ + ٤ $\sqrt{٣}$ ت فإن مساحة المضلع الذى رؤوسه النقط التى تمثل $ع_١$ ، $ع_٢$ ، $ع_٣$ على مستوى أرجاند تساوى .... وحدة مربعة.

(أ) ٣ $\sqrt{٣}$ (ب) ٦ $\sqrt{٣}$ (جـ) ٩ $\sqrt{٣}$ (د) ١٢ $\sqrt{٣}$

---

15 الشكل المقابل يمثل

العدد المركب ع = ...



(أ) ٣ (جتا ٣٠° + ت جا ٣٠°)

(ب) ٣ (جتا ٦٠° + ت جا ٦٠°)

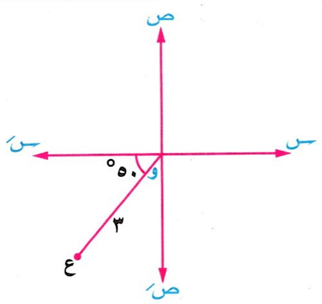
(جـ) ٣ (جتا ١٢٠° + ت جا ١٢٠°)

(د) ٣ (جتا ١٥٠° + ت جا ١٥٠°)

---

16 من الشكل المقابل :

العدد ع على الصورة الأسية = ...



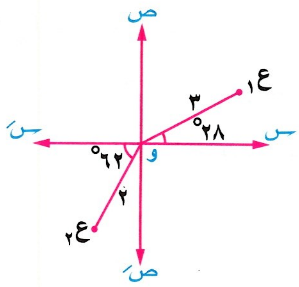
(أ) $هـ^{\frac{١٣}{١٨}\pi ت}$ (ب) $هـ^{\frac{-١٣}{١٨}\pi ت}$

(جـ) ٣ $هـ^{\frac{١٣}{١٨}\pi ت}$ (د) ٣ $هـ^{\frac{-١٣}{١٨}\pi ت}$

١٧ الشكل المقابل يوضح العددين المركبين

$ع_1$ ، $ع_2$ فإن السعة الأساسية

لـ $(ع_1 \, ع_2)$ = ...



(أ) $\frac{\pi}{2}$ (ب) $\frac{-\pi}{2}$

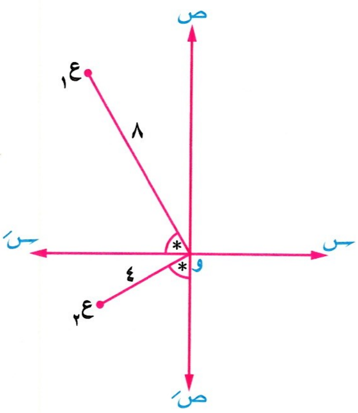
(جـ) π (د) $\frac{-\pi}{8}$

---

١٨ **في الشكل المقابل :**

$ع_1$ ، $ع_2$ عددان مركبان

فإن : $\frac{ع_1}{ع_2}$ = ...



(أ) -2

(ب) 2

(جـ) -2 ت

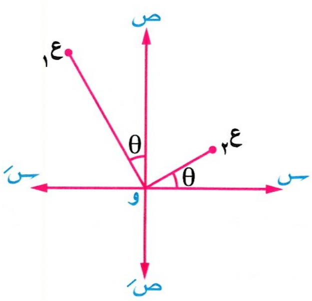
(د) 2 ت

---

١٩ **في الشكل المقابل :**

$ع_1$ ، $ع_2$ عددان مركبان فى مستوى ارجاند

، $|ع_1| = 3 \, |ع_2|$ فإن : $\frac{ع_1}{ع_2}$ = ...



(أ) $3\,هـ^{-\frac{\pi}{2}ت}$ (ب) $3\,هـ^{\frac{\pi}{2}ت}$

(جـ) $\frac{1}{3}\,هـ^{\frac{\pi}{2}ت}$ (د) $\frac{1}{3}\,هـ^{-\frac{\pi}{2}ت}$

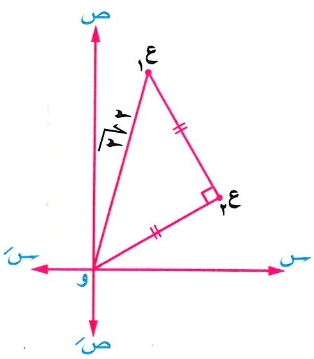
---

٢٠ **الشكل المقابل :**

يمثل العددان المركبان $ع_1$ ، $ع_2$

على شكل ارجاند

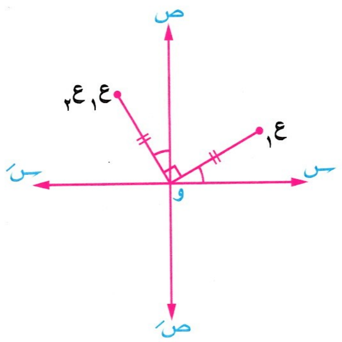
فإن $\left(\frac{ع_1}{ع_2}\right)^6$ = ...



(أ) $8\,هـ^{\frac{-\pi}{6}ت}$ (ب) $8\,هـ^{\frac{-\pi}{4}ت}$

(جـ) $8\,هـ^{\frac{-\pi}{3}ت}$ (د) $8\,هـ^{\frac{-\pi}{2}ت}$

٢١ في الشكل المقابل :



$ع_1$ ، $ع_2$ عددان مركبان

وكان $(ع_1 \, ع_2)$ عدد مركب

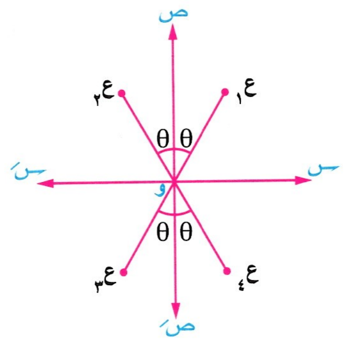
فإن : $ع_2 =$ ....

(أ) −٢ ت (ب) − ت

(جـ) ت (د) ٢ ت

---

٢٢ إذا كانت : $ع_1$ ، $ع_2$، $ع_3$، $ع_4$ أعداد مركبة



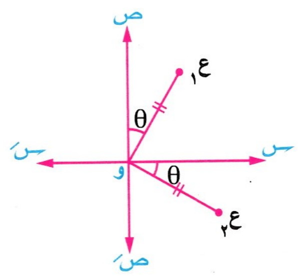
فإن سعة $ع_1 \, ع_2 \, ع_3 \, ع_4 =$ ....

(أ) −٩٠° (ب) صفر°

(جـ) ٩٠° (د) ١٨٠°

---

٢٣ في الشكل المقابل :



إذا كان : $|ع_1| = |ع_2| = \sqrt{٣}$

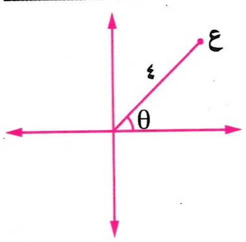
فإن : $|ع_1 + ع_2| =$ ....

(أ) ٢ (ب) $٢\sqrt{٣}$

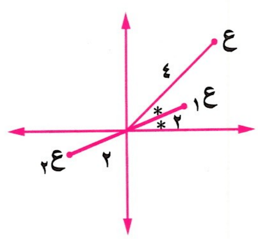
(جـ) $\sqrt{٦}$ (د) ٣

---

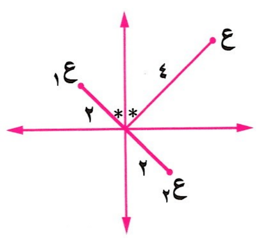
٢٤ إذا كان الشكل المقابل يمثل العدد المركب ع



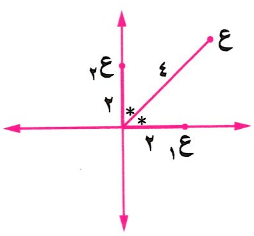
أى من الأشكال الآتية يمثل الجذرين التربيعيين للعدد ع ؟



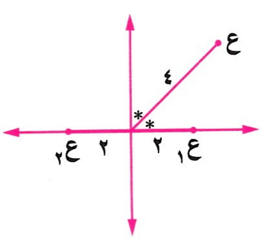
(أ)



(ب)



(جـ)



(د)

٤ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $\omega^{٢٢} + \omega^{٣٢} = \dots\dots\dots\dots$

(أ) ω (ب) ١ (جـ) −١ (د) صفر

٢ $\omega^{-١٣} + \frac{١}{\omega} = \dots\dots\dots\dots$

(أ) $\omega^{٢}$ (ب) ١ (جـ) ٢ $\omega^{٢}$ (د) ٢ ω

٣ $\omega^{٢٠٢٠} + \omega^{٢٠٢١} + \omega^{٢٠٢٢} = \dots\dots\dots\dots$

(أ) ω (ب) $\omega^{٢}$ (جـ) صفر (د) ١

٤ $\left(\frac{١}{\omega} - \frac{١}{\omega^{٢}}\right)^{٢} = \dots\dots\dots\dots$

(أ) $\pm \sqrt{٣}$ ت (ب) $\pm$ ٣ (جـ) ٣ (د) −٣

٥ $\left(\omega^{٢} + \frac{١}{\omega}\right)\left(١ + \frac{١}{\omega^{٢}}\right)^{٢} = \dots\dots\dots\dots$

(أ) ٢ (ب) صفر (جـ) −٣ (د) −٥

٦ $\left(\omega + \frac{١}{\omega}\right)^{٢}\left(\omega^{٢} + \frac{١}{\omega^{٢}}\right)^{٢} = \dots\dots\dots\dots$

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) −١ (د) $\omega^{٢}$

٧ $(١ + \omega)^{٤} + (١ + \omega^{٢})^{٤} + (\omega + \omega^{٢})^{٤} = \dots\dots\dots\dots$

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) −١ (د) ω

٨ $\left(\frac{١}{١ + \omega}\right)\left(١ + \omega - \frac{٣}{\omega}\right) = \dots\dots\dots\dots$

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٤

٩ إذا كان : س = $\frac{-١ + \sqrt{٣}\text{ ت}}{٢}$ حيث $\text{ت}^{٢} = -١$ فإن : $\text{س}^{٥} + \text{س}^{٤} + ٥ = \dots\dots\dots\dots$

(أ) −١ (ب) ١ (جـ) ω (د) ٤

١٠ العددان الذى كل منهما مربع للآخر هما ....

(أ) ١ ، −١ (ب) ت ، − ت (جـ) ω ، − ω (د) ω ، $\omega^{٢}$

(١١) إذا كانت : أ ، ب ، حـ ثلاث أعداد صحيحة متتالية فإن : $\omega^{أ} + \omega^{ب} + \omega^{حـ} =$ ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ω (د) ω^2

(١٢) مرافق العدد ω يساوى ....

(أ) ω (ب) ω^2 (جـ) ١ (د) $-\omega$

(١٣) مرافق العدد $1 + \omega$ هو ....

(أ) $1 - \omega$ (ب) $-\omega^2$ (جـ) $1 + \omega^2$ (د) $1 - \omega^2$

(١٤) مرافق العدد ت $- \omega^2$ هو ....

(أ) ت $+ \omega^2$ (ب) $-$ ت $+ \omega^2$ (جـ) $-$ ت $- \omega$ (د) $-$ ت $+ \omega$

(١٥) مرافق العدد المركب (ت $+ \omega + ٢٠٢١$) هو ....

(أ) $-$ ت $+ \omega + ٢٠٢١$ (ب) $-$ ت $+ \omega^2 + ٢٠٢١$

(جـ) $-$ ت $- \omega + ٢٠٢١$ (د) $-$ ت $- \omega^2 - ٢٠٢١$

(١٦) مرافق العدد $٢\omega + ٣\omega^2$ هو ....

(أ) $٢\omega - ٣\omega^2$ (ب) $٢\omega^2 + ٣\omega$ (جـ) $٣\omega - ٢\omega^2$ (د) $٢\omega + ٣\omega^2$

(١٧) $\frac{٣}{٢ + \omega} =$ ....

(أ) $٢ - \omega$ (ب) $٢ + \omega^2$ (جـ) $٣(١ + \omega)^٣$ (د) $٣\omega^2$

(١٨) إذا كان : ع $= ٢ + ٣\omega^2$ فإن : ع $\bar{ع} =$ ....

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ٩

(١٩) إذا كان : ω ، ω^2 هى الجذور التكعيبية الغير حقيقية للواحد الصحيح

فإن : $\frac{أ + ب\omega + حـ\omega^2}{حـ + أ\omega + ب\omega^2} + \frac{أ + ب\omega + حـ\omega^2}{ب + حـ\omega + أ\omega^2} =$ ....

(أ) -١ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٢

٢٠ إذا كان : ω ، ω^{2} هى الجذور التكعيبية الغير حقيقية للواحد الصحيح

فإن : مجموعة حل المعادلة $س^{3} = ٨$ فى ك هى ....

(أ) $\{٢\}$ (ب) $\{٢ ، ٢\omega ، ٤\omega^{2}\}$

(جـ) $\{٢ ، ٢\omega ، ٢\omega^{2}\}$ (د) $\{٨ ، ٨ + \omega ، ٨ + \omega^{2}\}$

---

٢١ إذا كان : $س = أ$ ، $ص = ب\omega$ ، $ع = حـ\omega^{2}$ فإن : $\frac{س}{أ} + \frac{ص^{2}}{ب^{2}} + \frac{ع^{2}}{حـ^{2}} =$ ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ω

---

٢٢ $حا \left[(\omega^{١٠} + \omega^{٢٣})\pi + \frac{\pi}{٤}\right] =$ ....

(أ) $-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (ب) $-\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ (جـ) $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ (د) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

---

٢٣ $١ + \omega + \omega^{2} + \omega^{3} + ... + \omega^{١٠٠} =$ ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ω (د) $-\omega^{2}$

---

٢٤ $\left(٢ + \frac{٣}{\omega}\right)\left(٢ + \frac{٣}{\omega^{2}}\right)\left(٣ - \frac{٢}{\omega}\right)\left(٣ - \frac{٢}{\omega^{2}}\right) =$ ....

(أ) ٧ (ب) ٩ (جـ) ٢٦ (د) ١٣٣

---

٢٥ $\left(١ - \frac{١}{\omega}\right)\left(١ - \frac{١}{\omega^{2}}\right)\left(١ - \frac{١}{\omega^{4}}\right)\left(١ - \frac{١}{\omega^{8}}\right)$ ... إلى ١٠ عوامل = ...

(أ) ٢٤٣ (ب) ١٥ (جـ) ٥ (د) ٥-

---

٢٦ $\left(\frac{٣ + ٥\omega}{٥ + ٣\omega^{2}} - \frac{٥ + ٣\omega^{2}}{٣ + ٥\omega}\right)^{8} =$ ....

(أ) ١ (ب) ٢٧ (جـ) ٨١ (د) ٢٤٣

---

٢٧ إذا كان : $أ = ٢\omega - ٣\omega^{2}$ ، $ب = ٣ + ٥\omega^{2}$ فإن : $أ^{2} + ب^{2} =$ ....

(أ) ٣٧- (ب) ١٩- (جـ) ١ (د) ٣٨

---

٢٨ إذا كان : $س^{2} - س + ١ = ٠$ فإن : $س^{3ن} =$ ....

(أ) ± ١ (ب) ١ (جـ) ١- (د) صفر

٢٩ $(\text{أ} + \text{ب}\,\omega + \text{أ}\,\omega^{٢})\,(\text{أ} + \text{ب}\,\omega^{٢} + \text{أ}\,\omega^{٤}) = \dots\dots$

(أ) ١ (ب) أ − ب (ج) $(\text{أ} - \text{ب})^{٢}$ (د) $\text{ب}^{٢} - \text{أ}^{٢}$

---

٣٠ $\left(١ + ٢\,\omega^{٥} + \frac{١}{\omega^{٢}}\right)\left(١ + ٢\,\omega + \frac{١}{\omega^{٤}}\right) = \dots\dots$

(أ) صفر (ب) ١ (ج) −١ (د) ٢

---

٣١ $\frac{\text{أ} - \text{ء}\,\omega}{\text{أ}\,\omega^{٢} - \text{ء}} - \omega^{٢} = \dots\dots$

(أ) ٣ ت (ب) $\pm\sqrt{٣}$ ت (ج) −٣ (د) ٣

---

٣٢ إذا كان : $\text{ع} = \omega^{\text{س}}$ فإن : $|\text{ع}| = \dots\dots$ حيث س عدد صحيح موجب.

(أ) ١ (ب) ω (ج) س (د) $\omega^{٢}$

---

٣٣ $\sum_{\text{ر}=١}^{٥} \omega^{\text{ر}} = \dots\dots$

(أ) صفر (ب) −١ (ج) ١ (د) $\omega^{٢}$

---

٣٤ $\sum_{\text{ر}=١}^{٦} (١ + \omega^{\text{ر}}) = \dots\dots$

(أ) صفر (ب) ٦ (ج) ١ (د) $١ + \omega$

---

٣٥ $١ + \sum_{\text{ر}=١}^{٦} \omega^{\text{ر}} = \dots\dots$

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ω (د) $٢ - \omega^{٢}$

---

٣٦ $\sum_{\text{ر}=٠}^{١٠} (١ + \omega^{\text{ر}} + \omega^{٢\text{ر}}) = \dots\dots$

(أ) ٦ (ب) ٨ (ج) ١٠ (د) ١٢

---

٣٧ إذا كان : $\text{ت}^{١٢} = \omega^{١٢}$ فإن : ……

(أ) $\text{ت} = \omega$ (ب) $\text{ت} = \pm\,\omega$

(ج) ت ، ω كلاهما أحد جذور المعادلة : $\text{ع}^{١٢} = ١$ (د) ت ، ω لا علاقة بينهما.

٣٨ إذا كان : $(١ + \omega)^٧ = أ + ب\omega$ حيث أ ، ب عددان حقيقيان فإن : (أ ، ب) = ...

(أ) (٠ ، −١) (ب) (١ ، ١) (جـ) (٠ ، ١) (د) (١ ، −١)

---

٣٩ إذا كان : $(١ + \omega)^ن = (١ + \omega^٢)^ن$ فإن أقل قيمة لـ ن الصحيحة الموجبة هى ....

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٥ (د) ٦

---

٤٠ إذا كان : أ ، ب هما الجذران التكعيبيان غير الحقيقيين للعدد واحد فإن : أب + أ^٥ + ب^٥ = ...

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) −١ (د) ٣

---

٤١ إذا كان : ٣ ، ٢ + $\omega^٢$ جذرا لمعادلة تكعيبية ذات معاملات حقيقية فإن الجذر الثالث يساوى ....

(أ) ٢ + ω (ب) ٢ − ω (جـ) $\omega^٢$ − ٢ (د) ٢ − $\omega^٢$

---

٤٢ قيمة العدد $(−١ + \sqrt{٣}\,ت)^{٤٨}$ حيث $ت^٢ = −١$ تساوى ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) $٢^{٢٤}$ (د) $٢^{٤٨}$

---

٤٣ $\left(\frac{−١ − \sqrt{٣}\,ت}{٢}\right)^{٣ن} + \left(\frac{−١ + \sqrt{٣}\,ت}{٢}\right)^{٣ن} =$ .... حيث ن ∈ ص

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) ٣ (جـ) صفر (د) ٢

---

٤٤ إذا كانت : ١ ، ω ، $\omega^٢$ هى الجذور التكعيبية للواحد الصحيح

فإن : $\left(\frac{١}{٢} + \frac{٣}{٨} + \frac{٩}{٣٢} + \frac{٢٧}{١٢٨} + \cdots\right) + \omega + \omega^٢ =$ ....

(أ) −١ (ب) ١ (جـ) − ت (د) ت

---

٤٥ حاصل ضرب الجذور التكعيبية للعدد الحقيقى س يساوى ....

(أ) س (ب) ω س (جـ) $\omega^٢$ س^٢ (د) س^٣

---

٤٦ $\left(\frac{−١ − \sqrt{−٣}}{٢}\right)^{٢٢} + \left(\frac{−١ − \sqrt{−٣}}{٢}\right)^{١٧} =$ ....

(أ) صفر (ب) −١ (جـ) ١ (د) ω

---

٤٧ إذا كان : $ع_١$ ، $ع_٢$ ، $ع_٣$ أعداد مركبة يمثلها رؤوس مثلث متساوى الأضلاع مركزه الهندسى نقطة الأصل

فإن : $ع_١ + ع_٢ + ع_٣ =$ ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ω (د) $\omega^٢$

٤٨ مجموعة حل المعادلة : $س = ١ + \omega^{س} + \omega^{٢س}$ هى ....

(أ) $\{٣\}$ (ب) $\{٠ ، ٣\}$ (جـ) $\{-٣ ، ٣\}$ (د) $\{٠ ، -٣ ، ٣\}$

٤٩ إذا كان : $ل = أ + ب$ ، $م = أ\omega + ب\omega^٢$ ، $ن = أ\omega^٢ + ب\omega$ فإن : $\frac{ل م ن}{أ^٣ + ب^٣} =$ ....

(أ) صفر (ب) -١ (جـ) ١ (د) $\frac{أ^٣ - ب^٣}{أ^٣ + ب^٣}$

٥٠ إذا كان : $\frac{١ + ١٠\omega + ١٠\omega^٢}{١ - ٣\omega - ٣\omega^٢} = (ك ت)^٢$ فإن : $ك =$ ....

(أ) $\pm \frac{١}{٢}$ (ب) ± ١ (جـ) $\pm \frac{٣}{٢}$ (د) $\pm \frac{٣}{٤}$

٥١ إذا كان : ع عدد مركب حيث $ع^٢ = ١ + \omega^٢$ فإن : $ع =$ ....

(أ) $\pm (١ + \omega)$ (ب) $\pm \omega$ ت (جـ) $\pm \omega^٢$ ت (د) $\pm \omega$

٥٢ إذا كان : $ل = أ\omega + ب\omega^٢$ ، $م = أ\omega^٢ + ب\omega$ عددان مركبان فإن العبارة الخاطئة فيما يلى هى ....

(أ) ل ، م كل منهما معكوس ضرب للآخر. (ب) ل ، م مترافقان.

(جـ) $ل^٢ - م^٢ = \pm \sqrt{٣}$ ت $(أ^٢ - ب^٢)$ (د) $\omega ل + \omega^٢ م \in ع$

٥٣ إذا كان : $س + \frac{١}{س} = -١$ فإن : $س^{٢٠٢١} + س^{-٢٠٢١} =$ ....

(أ) -١ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٢

٥٤ مجموع جذور المعادلة $(ع - ٢)^٣ = ١$ يساوى ....

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ١ (د) ٦

٥٥ $\sqrt{٢ (\omega + ت) (\omega^٢ + ت)} =$ ....

(أ) $١ +$ ت (ب) $١ -$ ت (جـ) $\pm (١ +$ ت$)$ (د) $\pm (١ -$ ت$)$

٥٦ إذا كان : $\sqrt{س + ٢\omega + ٢\omega^٢} = س + ٢\omega + ٢\omega^٢$ فإن : $س =$ ....

(أ) -٣ أ، -٤ (ب) ٣ أ، ٤ (جـ) ± ٣ (د) ± ٤

٥٧ إذا كان : ع = $\frac{\sqrt{3} + ت}{2}$ فإن : $ع^{69}$ = ...

(أ) − ت　　(ب) ت　　(جـ) ١　　(د) −١

---

٥٨ إذا كان : $(1 + س + س^2)^ن = أ_. + أ_1 س + أ_2 س^2 + ... + أ_{2ن} س^{2ن}$

فإن : $أ_. + أ_1 \omega + أ_2 \omega^2 + ... + أ_{2ن} \omega^{2ن}$ = ...

(أ) صفر　　(ب) ω　　(جـ) ω^2　　(د) ١

---

٥٩ إذا كان : $س^2 + س + 1 = 0$

فإن : $\left(س + \frac{1}{س}\right)^2 + \left(س^2 + \frac{1}{س^2}\right)^2 + \left(س^3 + \frac{1}{س^3}\right)^2 + ... + \left(س^6 + \frac{1}{س^6}\right)^2$ = ...

(أ) ٦　　(ب) ١٢　　(جـ) ١٨　　(د) ٥٤

---

٦٠ $\sum_{ن=1}^{12} \left(جتا \frac{2\pi ن}{3} + ت\ جا \frac{2\pi ن}{3}\right)$ = ...

(أ) صفر　　(ب) ١　　(جـ) ١٢　　(د) ٧٨

---

٦١ إذا كانت : ١ ، ω ، ω^2 هى الجذور التكعيبية للواحد الصحيح

فإن : $\sum_{ر=.}^{100} {}^{100}ق_ر\ (2 + \omega^2)^{100 - ر}\ \omega^ر$ = ...

(أ) −١　　(ب) صفر　　(جـ) ١　　(د) ٢

خامسًا مسائل على المحددات

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $\begin{vmatrix} \text{حا}\,س & \text{حتا}\,س \\ \text{حتا}\,س & -\text{حا}\,س \end{vmatrix}$ = ...

(أ) صفر (ب) ١ (ج) −١ (د) حتا ٢ س

---

٢ $\begin{vmatrix} \omega & ت \\ ت & \omega \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ١ (ب) −١ (ج) ω (د) $-\omega$

---

٣ إذا كان : $\begin{vmatrix} س & ١ \\ ١ & س \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ٥ & ٧ \\ -٢ & ٣ \end{vmatrix} = ٣٢$ فإن : س = ...

(أ) ± ١ (ب) ± ٢ (ج) ± ٣ (د) ± ٤

---

٤ $\begin{vmatrix} ٣ & ٥ & ٣ \\ ٤ & ٨ & ٤ \\ ٧ & ٢ & ٧ \end{vmatrix}$ = ...

(أ) صفر (ب) −١ (ج) ١ (د) ٣ × ٤٨

---

٥ $\begin{vmatrix} ١ & \omega & \omega^٢ \\ \omega & \omega^٢ & ١ \\ \omega^٢ & ١ & \omega \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ω (ب) $\omega^٢$ (ج) ت (د) صفر

---

٦ قيمة المحدد : $\begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١ & \omega & \omega^٢ \\ ١ & \omega^٢ & \omega \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ٣ $\sqrt{٣}$ ت (ب) ± ٣ $\sqrt{٣}$ ت (ج) − $\sqrt{٣}$ ت (د) $\sqrt{٣}$ ت

---

٧ $\begin{vmatrix} ٣ & ١ & ٢ \\ ٤ & ٠ & ٥ \\ ٥ & ٣ & ٧ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ١ & ١ & ٢ \\ ١ & ٠ & ٥ \\ ١ & ٣ & ٧ \end{vmatrix}$ + ...

(أ) $\begin{vmatrix} ٢ & ١ & ٢ \\ ٣ & ٠ & ٥ \\ ٤ & ٣ & ٧ \end{vmatrix}$ (ب) $\begin{vmatrix} ٣ & ١ & ٢ \\ ٤ & ٠ & ٥ \\ ٥ & ٣ & ٧ \end{vmatrix}$ (ج) $\begin{vmatrix} ٢ & ١ & ٢ \\ ٤ & ٠ & ٥ \\ ٢ & ٣ & ٧ \end{vmatrix}$ (د) $\begin{vmatrix} ٢ & ١ & ٢ \\ ٢ & ٠ & ٥ \\ ٣ & ٣ & ٧ \end{vmatrix}$

٨ $\begin{vmatrix} ٤ & ٦ & ٨ \\ ٨ & ٦ & ٢ \\ ١٢ & ٢٠ & ١٠ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ١ & ٣ & ٤ \\ ٢ & ٣ & ١ \\ ٣ & ١٠ & ٥ \end{vmatrix} \times$ ....

أ) ٢ ب) ٤ ج) ٨ د) ١٦

---

٩ أى من المحددات التالية لا يساوى الصفر ؟

أ) $\begin{vmatrix} ١ & ٢ & ٣ \\ ٢ & ٤ & ٦ \\ ٣ & ٥ & ٥ \end{vmatrix}$ ب) $\begin{vmatrix} ٠ & ٠ & ٠ \\ ٣ & ٥ & ٤ \\ ٢ & ١ & ٣ \end{vmatrix}$ ج) $\begin{vmatrix} ١ & \omega^{٢} \\ \omega & ١ \end{vmatrix}$ د) $\begin{vmatrix} ١ & ٠ & ٠ \\ ٣ & ٢ & -١ \\ -٤ & -٦ & ٥ \end{vmatrix}$

---

١٠ $\begin{vmatrix} ٢٤ & ٢٥ & ٢٦ \\ ٢٧ & ٢٨ & ٢٩ \\ ٣٠ & ٣١ & ٣٢ \end{vmatrix} =$ ....

أ) صفر ب) ١٢ ج) ٢٤ د) ٥٦

---

١١ $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & \text{حـ} \\ \text{ء} & \text{هـ} & \text{و} \\ \text{ز} & \text{ح} & \text{ط} \end{vmatrix} = (-١) \times$ ....

أ) $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ء} & \text{ز} \\ \text{ب} & \text{هـ} & \text{ح} \\ \text{حـ} & \text{و} & \text{ط} \end{vmatrix}$ ب) $\begin{vmatrix} \text{أ}+\text{ء} & \text{ء} & \text{ز} \\ \text{ب}+\text{هـ} & \text{هـ} & \text{ح} \\ \text{حـ}+\text{و} & \text{و} & \text{ط} \end{vmatrix}$ ج) $\begin{vmatrix} \text{ء} & \text{أ} & \text{ز} \\ \text{هـ} & \text{ب} & \text{ح} \\ \text{و} & \text{حـ} & \text{ط} \end{vmatrix}$ د) $\begin{vmatrix} ٢\text{أ} & \text{ء} & \text{ز} \\ ٢\text{ب} & \text{هـ} & \text{ح} \\ ٢\text{حـ} & \text{و} & \text{ط} \end{vmatrix}$

---

١٢ إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & \text{حـ} \\ \text{ء} & \text{هـ} & \text{و} \\ \text{س} & \text{ص} & \text{ع} \end{vmatrix} = ١٢$ فإن : $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ء} & \text{س} \\ \text{ب} & \text{هـ} & \text{ص} \\ \text{حـ} & \text{و} & \text{ع} \end{vmatrix} =$ ....

أ) -١٢ ب) ١٢ ج) صفر د) ٢٤

---

١٣ إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & \text{حـ} \\ \text{ء} & \text{هـ} & \text{و} \\ \text{س} & \text{ص} & \text{ع} \end{vmatrix} = ١٥$ فإن : $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & \text{حـ} \\ \text{س} & \text{ص} & \text{ع} \\ \text{ء} & \text{هـ} & \text{و} \end{vmatrix} =$ ....

أ) -٣٠ ب) -١٥ ج) صفر د) ١٥

---

١٤ إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & \text{حـ} \\ \text{ء} & \text{هـ} & \text{و} \\ \text{س} & \text{ص} & \text{ع} \end{vmatrix} = ١٢$ فإن : $\begin{vmatrix} \text{ع} & \text{س} & \text{ص} \\ \text{و} & \text{ء} & \text{هـ} \\ \text{حـ} & \text{أ} & \text{ب} \end{vmatrix} =$ ....

أ) -١٢ ب) -٦ ج) ٦ د) ١٢

١٥ إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{ح} & \text{ب} & \text{أ} \\ \text{و} & \text{هـ} & \text{ء} \\ \text{ع} & \text{ص} & \text{س} \end{vmatrix} = \text{٢٠}$ فإن : $\begin{vmatrix} \text{ع} & \text{ص} & \text{س} \\ \text{ح} & \text{ب} & \text{أ} \\ \text{و} & \text{هـ} & \text{ء} \end{vmatrix} =$ ....

(أ) − ٢٠ (ب) ١٠ (ج) ٢٠ (د) ٤٠

---

١٦ $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{أ} & \text{أ} \\ \text{ح} & \text{ب} & \text{أ} \\ \text{ح} & \text{ح} & \text{ح} \end{vmatrix} =$ ....

(أ) صفر (ب) أ ح (ج) ب ح (د) أ ب ح

---

١٧ $\begin{vmatrix} \frac{\text{١}}{\text{ح}} & \text{أ} & \text{أ ب} \\ \frac{\text{١}}{\text{ب}} & \text{ح} & \text{أ ح} \\ \frac{\text{١}}{\text{أ}} & \text{ب} & \text{ب ح} \end{vmatrix} =$ ....

(أ) صفر (ب) أ ب ح (ج) ١ (د) ٢

---

١٨ إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{ح} & \text{ب} & \text{أ} \\ \text{ع} & \text{ص} & \text{س} \\ \text{و} & \text{هـ} & \text{ء} \end{vmatrix} = \text{٤٠}$

فإن : $\begin{vmatrix} \text{ح} + \text{١٠٠ ع} & \text{ب} + \text{١٠٠ ص} & \text{أ} + \text{١٠٠ س} \\ \text{ع} & \text{ص} & \text{س} \\ \text{و} & \text{هـ} & \text{ء} \end{vmatrix} =$ ....

(أ) ٤٠ (ب) ١٤٠ (ج) ٦٠ (د) ٤٠٠٠

---

١٩ إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{١} & \text{ب} & \text{أ} \\ \text{١} & \text{ص} & \text{س} \\ \text{١} & \text{هـ} & \text{ء} \end{vmatrix} = \text{٣٠}$ فإن : $\begin{vmatrix} \text{١} & \text{ب} & \text{أ} + \text{٤} \\ \text{١} & \text{ص} & \text{س} + \text{٤} \\ \text{١} & \text{هـ} & \text{ء} + \text{٤} \end{vmatrix} =$ ....

(أ) ٧,٥ (ب) ٣٠ (ج) ٣٤ (د) ١٢٠

---

٢٠ قيمة المحدد : $\begin{vmatrix} \text{ب} + \text{ح} & \text{أ} & \text{١} \\ \text{أ} + \text{ح} & \text{ب} & \text{١} \\ \text{أ} + \text{ب} & \text{ح} & \text{١} \end{vmatrix}$ تساوى ....

(أ) أ + ب + ح (ب) صفر (ج) ١ (د) أ ب ح

٢١ إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{حـ} & \text{ب} & \text{أ} \\ \text{و} & \text{هـ} & \text{ء} \\ \text{ع} & \text{ص} & \text{س} \end{vmatrix} = \text{٢}$ فإن : $\begin{vmatrix} \text{حـ} & \text{ب} & \text{٥أ} \\ \text{و} & \text{هـ} & \text{٥ء} \\ \text{٧ع} & \text{٧ص} & \text{٣٥س} \end{vmatrix} =$ ……………

(أ) ٧٠٠ (ب) ١٠ (جـ) ٣٥ (د) ٧٠

---

٢٢ $\begin{vmatrix} \text{حـ} & \text{٥} & \text{أ + ب} \\ \text{أ} & \text{٥} & \text{ب + حـ} \\ \text{ب} & \text{٥} & \text{أ + حـ} \end{vmatrix} =$ ……………

(أ) ٥ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) صفر

---

٢٣ $\begin{vmatrix} \text{س + ع} & \text{ع + ص} & \text{س + ص} \\ \text{ص} & \text{س} & \text{ع} \\ \text{١} & \text{١} & \text{١} \end{vmatrix} =$ ……………

(أ) س + ص + ع (ب) −١ (جـ) صفر (د) س ص ع

---

٢٤ مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} \text{٢} & \text{١} & \text{س} \\ \text{٣} & \text{س} & \text{٠} \\ \text{س} & \text{٠} & \text{٠} \end{vmatrix} - \text{٨} = \text{٠}$ في ح هي ……………

(أ) {−٢} (ب) {٢} (جـ) {±٢} (د) {٨}

---

٢٥ مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} \text{٢} & \text{٣} & \text{أ + ١} \\ \text{٥} & \text{أ − ١} & \text{٠} \\ \text{٧} & \text{٠} & \text{٠} \end{vmatrix} = \text{٢١}$ في ح هي ……………

(أ) {٢ ، −٢} (ب) {−٣ ، ٧} (جـ) {٢ ، ٣} (د) {−٢ ، ٧}

---

٢٦ مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} \text{−١} & \text{٥} & \text{س + ٣} \\ \text{س} & \text{س + ٢} & \text{٠} \\ \text{س} & \text{٠} & \text{٠} \end{vmatrix} = \text{٠}$ في ح هي ……………

(أ) {٠ ، −٢} (ب) {−٢ ، −٣} (جـ) {٠ ، ٢ ، ٣} (د) {٠ ، −٢ ، −٣}

---

٢٧ مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} \text{٠} & \text{٥} & \text{٢} \\ \text{٠} & \text{س} & \text{٤} \\ \text{٥} & \text{٧} & \text{س} \end{vmatrix} =$ صفر هي ……………

(أ) {٢} (ب) {٥} (جـ) {٧} (د) {١٠}

٢٨ إذا كان : $\begin{vmatrix} س & ١ & ٢ \\ ٠ & س^{٢} & ٣ \\ ٠ & ٠ & س \end{vmatrix} = ١٦$ حيث $س \in ح$ فإن : $س^{٦} =$ ....

(أ) ١٦ (ب) ± ١٦ (ج) ± ٦٤ (د) ٦٤

---

٢٩ مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} ١ & ٤ & ٢٠ \\ ١ & -٢ & ٥ \\ ١ & ٢س & ٥س^{٢} \end{vmatrix} = ٠$ في ح هي ....

(أ) $\{١ ، ٢\}$ (ب) $\{-١ ، ٢\}$ (ج) $\{١ ، -٢\}$ (د) $\{-١ ، -٢\}$

---

٣٠ إذا كان : $\begin{vmatrix} ١ & س & س \\ س & ١ & س \\ س & س & ١ \end{vmatrix} =$ صفر فإن : $س =$ ....

(أ) ١ أو $\frac{١}{٢}$ (ب) ١ أو $-\frac{١}{٢}$ (ج) -١ أو $\frac{١}{٢}$ (د) -١ أو $-\frac{١}{٢}$

---

٣١ إذا كان : $\begin{vmatrix} ٢س & ١ & ١ \\ ١ & ٢س & ١ \\ ١ & ١ & ٢س \end{vmatrix} =$ صفر فإن : $س =$ ....

(أ) ١ أو $\frac{١}{٢}$ (ب) ١ أو $-\frac{١}{٢}$ (ج) -١ أو $\frac{١}{٢}$ (د) -١ أو $-\frac{١}{٢}$

---

٣٢ إذا كانت س أحد عوامل المحدد : $\begin{vmatrix} ٣ & ٢ & ك \\ س + ٣ & ك - ٢ & س \\ ٢ & س + ١ & س + ك \end{vmatrix}$ فإن : $ك =$ ....

(أ) صفر أو ١ (ب) صفر أو -٥ (ج) صفر أو ٥ (د) -٥ أو ٥

---

٣٣ إذا كانت $(س - ٢)$ أحد عوامل المحدد $\begin{vmatrix} س - ١ & س + ٣ & ٢ \\ -٣ & س + ٥ & -٦ \\ س + ٣ & ٢ & س + ك \end{vmatrix}$ فإن : $ك =$ ....

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٨

---

٣٤ مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} |س - ١| & ٢ \\ ٤ & ٣ \end{vmatrix} = ٧$ هي ....

(أ) $\{٦ ، ٤\}$ (ب) $\{٤ ، -٦\}$ (ج) $\{٦ ، -٤\}$ (د) $\varnothing$

٣٥ مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} ١ & ٢\,\text{حا}\,\text{س} \\ \text{حتا}\,\text{س} & ١ \end{vmatrix} = ٠$ هى .... حيث س $\in \{٠ ، \pi\}$

(أ) $\{٠\}$ (ب) $\{\frac{\pi}{٢}\}$ (جـ) $\{٠ ، \frac{\pi}{٢}\}$ (د) $\{\frac{\pi}{٤}\}$

---

٣٦ $\begin{vmatrix} ٠ & -\text{س} & ١ \\ \text{س} & ١ & \text{س} \\ \text{س}+١ & -١ & ١ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ١ & \text{س}^{٢} \\ \text{س} & -\text{س} \end{vmatrix}$ فإن س = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) -١ (د) ٢

---

٣٧ إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{جـ} & \text{ب} & \text{أ} \\ \text{و} & \text{هـ} & \text{ء} \\ \text{ع} & \text{ص} & \text{س} \end{vmatrix} = ١٥$ فإن : $\begin{vmatrix} \text{جـ} - ٥\text{و} & \text{ب} - ٥\text{هـ} & \text{أ} - ٥\text{ء} \\ \text{و} & \text{هـ} & \text{ء} \\ \text{ع} + ٢\text{و} & \text{ص} + ٢\text{هـ} & \text{س} + ٢\text{ء} \end{vmatrix} =$ ....

(أ) صفر (ب) ١٥ (جـ) ٣٠ (د) -١٥٠

---

٣٨ إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{ع} & \text{ص} & \text{س} \\ \text{جـ} & \text{ب} & \text{أ} \\ ٨ & -١ & ٢ \end{vmatrix} = ١٠$ فإن : $\begin{vmatrix} ٢\text{جـ} & ٢\text{ب} & ٢\text{أ} \\ \text{ع} & \text{ص} & \text{س} \\ ١٦ & -٢ & ٤ \end{vmatrix} =$ ....

(أ) -٤٠ (ب) -٢٠ (جـ) -١٠ (د) ٤٠

---

٣٩ $\begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ١ & \text{س}+١ & ١ \\ \text{ص}+١ & ١ & ١ \end{vmatrix} =$ ....

(أ) صفر (ب) س + ص (جـ) س ص (د) - س ص

---

٤٠ إذا كان : $\begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ٣ & ٢ & ١ \\ \text{جـ} & \text{ب} & \text{أ} \end{vmatrix} = \text{ك}$ فإن : $\begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ ٣ & ٢ & ١ \\ \text{جـ}+١ & \text{ب}+١ & \text{أ}+١ \end{vmatrix} =$ ....

(أ) ك (ب) ك - ١ (جـ) ك - ٦ (د) ك - ٣

---

٤١ $\begin{vmatrix} \text{حا}\,\text{س} & \text{حا}\,\text{س} & ١ \\ \text{حتا}\,\text{س} & \text{حتا}\,\text{س} & ١ \\ \text{حتا}\,\text{س} & \text{حا}\,\text{س} & ١ \end{vmatrix} =$ ....

(أ) حا ٢ س (ب) ١ - حا ٢ س (جـ) ١ (د) صفر

٤٢ $\begin{vmatrix} ٢ & ١ & ٣ \\ ٠ & \text{حا}\,٣\text{س} & ٥ \\ ٠ & ٠ & \text{حتا}\,٣\text{س} \end{vmatrix} = \text{حا}$ ....

(أ) س (ب) ٣س (ج) ٦س (د) ١٢س

---

٤٣ إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & \text{حـ} \\ \text{ء} & \text{هـ} & \text{و} \\ \text{س} & \text{ص} & \text{ع} \end{vmatrix} = ٣$ فإن : $\begin{vmatrix} ٤\text{أ} + ٣\text{ب} + ٢\text{حـ} & \text{ب} & \text{حـ} \\ ٤\text{ء} + ٣\text{هـ} + ٢\text{و} & \text{هـ} & \text{و} \\ ٤\text{س} + ٣\text{ص} + ٢\text{ع} & \text{ص} & \text{ع} \end{vmatrix} =$ ....

(أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ١٢ (د) ٧٢

---

٤٤ إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & \text{حـ} \\ \text{ء} & \text{هـ} & \text{و} \\ \text{س} & \text{ص} & \text{ع} \end{vmatrix} = ١٠$ فإن : $\begin{vmatrix} ٢\text{أ} & ٢\text{ب} & ٢\text{حـ} \\ ٢\text{ء} & ٢\text{هـ} & ٢\text{و} \\ ٢\text{س} & ٢\text{ص} & ٢\text{ع} \end{vmatrix} =$ ....

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (ج) ٤٠ (د) ٨٠

---

٤٥ إذا كان : $|\text{أ}| = \begin{vmatrix} ٢ & ٣- & ٥ \\ ٦ & ٠ & ٤ \\ ١ & ٥ & ٧- \end{vmatrix}$ فإن العامل المرافق للعنصر $\text{أ}_{٢١}$ يساوى ....

(أ) ٤٦- (ب) ٤- (ج) ٤ (د) ٤٦

---

٤٦ إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} & \text{حـ} \\ \text{ء} & \text{هـ} & \text{و} \\ \text{س} & \text{ص} & \text{ع} \end{vmatrix} = ١٥$ فإن : $\text{أ}\begin{vmatrix} \text{ب} & \text{حـ} \\ \text{هـ} & \text{و} \end{vmatrix} - \text{ب}\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{حـ} \\ \text{ء} & \text{و} \end{vmatrix} + \text{حـ}\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{ب} \\ \text{ء} & \text{هـ} \end{vmatrix} =$ ....

(أ) صفر (ب) ١٥ (ج) ١٥- (د) ٣٠

---

٤٧ إذا كان : $\text{ع} = \text{حتا}\,\text{س} + \text{ت}\,\text{حا}\,\text{س}$ ، $\bar{\text{ع}}$ هو مرافق العدد ع فإن : $\begin{vmatrix} \text{ع} & ١ \\ ١ & \bar{\text{ع}} \end{vmatrix} =$ ....

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ١- (د) ع

---

٤٨ إذا كان : س عددًا مركبًا فإن عدد الحلول المختلفة للمعادلة : $\begin{vmatrix} \text{س}^٣ + ١ & \text{س} - ١ \\ \text{س} + ١ & \text{س}^٣ - ١ \end{vmatrix} = \text{صفر}$

يساوى ....

(أ) ٦ (ب) ٥ (ج) ٤ (د) ٣

٤٩ إذا كان : $\begin{vmatrix} \text{٩} & \text{٣} & \text{لو}_{\text{٢}}\text{٣} \\ \text{٧} & \text{لو}_{\text{٣}}\text{٥} & \text{٠} \\ \text{لو}_{\text{٥}}\text{س} & \text{٠} & \text{٠} \end{vmatrix} = \text{٤}$ فإن : س = ...

(أ) ١٦ (ب) ٣٢ (جـ) ٦٤ (د) ١٢٨

---

٥٠ إذا كان : ل ، م هما جذرا المعادلة : س$^{\text{٢}}$ − ٢ س − ٤ = ٠ فإن : $\begin{vmatrix} \text{− م} & \text{٢ ل} \\ \text{٢ ل} & \text{٤ م} \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ٨٤ (ب) ٤٨ (جـ) ٣٦ (د) ٦٣

---

٥١ إذا كانت : ت$^{\text{٢}}$ = −١ فإن : $\begin{vmatrix} \text{ت + ١} & \text{ت} & \text{١} \\ \text{ت − ١} & \text{١} & \text{٠} \\ \text{ت} & \text{ت} & \text{٠} \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ٢ ت − ١ (ب) ٢ ت + ١ (جـ) ت (د) ١

---

٥٢ مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} \text{٣ س} & \text{٢ س} & \text{س} \\ \text{س} & \text{٢ س} & \text{٣ س} \\ \text{٠} & \text{− س} & \text{س} \end{vmatrix}$ = ٩٦ فى ح هى ....

(أ) {٤} (ب) {٣} (جـ) {٢} (د) {−٢}

---

٥٣ فى Δ أ ب حـ يكون : $\begin{vmatrix} \text{حَ} & \text{بَ} & \text{أَ} \\ \text{٨} & \text{٧} & \text{٥} \\ \text{جا حـ} & \text{جا ب} & \text{جا أ} \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ٥ أَ (ب) ٧ بَ (جـ) ٨ حَ (د) صفر

---

٥٤ إذا كان : أ ب حـ مثلث فإن : $\begin{vmatrix} \text{أَ}^{\text{٢}} & \text{بَ حَ جا أ} & \text{بَ}^{\text{٢}}\text{ + حَ}^{\text{٢}} \\ \text{بَ}^{\text{٢}} & \text{حَ أَ جا ب} & \text{حَ}^{\text{٢}}\text{ + أَ}^{\text{٢}} \\ \text{حَ}^{\text{٢}} & \text{أَ بَ جا حـ} & \text{أَ}^{\text{٢}}\text{ + بَ}^{\text{٢}} \end{vmatrix}$ = ...

(أ) صفر (ب) أَ$^{\text{٢}}$ + بَ$^{\text{٢}}$ + حَ$^{\text{٢}}$ (جـ) جا أ + جا ب + جا حـ (د) ٦

---

٥٥ $\begin{vmatrix} \text{ص} & \text{س} & \text{١} \\ \text{س ص} & \text{١ + س}^{\text{٢}} & \text{س} \\ \text{١ + ص}^{\text{٢}} & \text{س ص} & \text{ص} \end{vmatrix}$ = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) −١ (د) ٣ س ص

56) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1+\text{ص} & 1 & 1 \\ 1 & 1+\text{ص} & 1 \end{vmatrix}$ = ...

(أ) صفر (ب) ص (ج) ص^2 (د) ٣ ص

---

57) إذا كان : $\frac{1}{\text{أ}} + \frac{1}{\text{ب}} + \frac{1}{\text{حـ}} = 0$ فإن : $\begin{vmatrix} 1+\text{أ} & 1 & 1 \\ 1 & 1+\text{ب} & 1 \\ 1 & 1 & 1+\text{حـ} \end{vmatrix}$ = ...

(أ) صفر (ب) أ ب حـ (ج) -أ ب حـ (د) أ + ب + حـ

---

58) قيمة المحدد : $\begin{vmatrix} -\text{أ}^2 & \text{أ ب} & \text{أ حـ} \\ \text{أ ب} & -\text{ب}^2 & \text{ب حـ} \\ \text{أ حـ} & \text{ب حـ} & -\text{حـ}^2 \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ٤ أ ب حـ (ب) -٤ أ ب حـ (ج) ٤ أ^2 ب^2 حـ^2 (د) -٤ أ^2 ب^2 حـ^2

---

59) $\begin{vmatrix} \text{أ} & \text{أ} - \text{حـ} & 2\text{أ} \\ \text{ب} & \text{أ} - \text{حـ} & 2\text{ب} \\ \text{حـ} & \text{أ} & \text{ب} + \text{حـ} \end{vmatrix}$ = ...

(أ) أ ب حـ (ب) أ ب حـ - ١

(ج) أ + ب + حـ (د) (أ - ب) (أ - حـ) (ب - حـ)

---

60) $\begin{vmatrix} \text{س} - \text{ص} & \text{ص} - \text{ع} & \text{ع} - \text{س} \\ \text{ص} - \text{ع} & \text{ع} - \text{س} & \text{س} - \text{ص} \\ \text{ع} - \text{س} & \text{س} - \text{ص} & \text{ص} - \text{ع} \end{vmatrix}$ = ...

(أ) صفر (ب) س - ص (ج) ص - ع (د) ع - س

---

61) إذا كان : ن = $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ ، م = $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 9 \\ 4 & 6 & 10 \\ 5 & 20 & 10 \end{vmatrix}$ فإن : م = ...

(أ) ن (ب) ١٠ ن (ج) ٢٠ ن (د) ٣٠ ن

(٦٢) $\begin{vmatrix} ١ & ت & \omega \\ \omega ت & -\omega & ٠ \\ \omega^٢ ت & -\omega^٢ & \omega \end{vmatrix}$ = ...

(أ) صفر (ب) ت + ω (ج) $\omega^٢$ + ١ (د) ٣

---

(٦٣) إذا كان : $\begin{vmatrix} س - ١ & ٠ & ٠ \\ ٠ & س^٢ + س + ١ & ٠ \\ ٠ & ٠ & ١ \end{vmatrix}$ = ٩ فإن : $س^٦$ = ...

(أ) ١ (ب) ١٠ (ج) ٢٧ (د) ١٠٠

---

(٦٤) مجموعة حل المعادلة : $\begin{vmatrix} ١ + س & ١ - س & ١ - س \\ ١ - س & ١ + س & ١ - س \\ ١ - س & ١ - س & ١ + س \end{vmatrix}$ = ٠ فى ح هى ....

(أ) {١ ، ٠} (ب) {٠ ، -١ ، ١} (ج) {١ ، -١ ، ٣} (د) {٠ ، ٣}

---

(٦٥) إذا كان : $\begin{vmatrix} أ & ب & حـ \\ س & ص & ع \\ ء & هـ & و \end{vmatrix}$ = ١٠ وكان $\begin{vmatrix} أ س & ب س & حـ س \\ س^٢ & ص س & ع س \\ ء س & هـ س & و س \end{vmatrix}$ = ٥١٢٠ فإن : $\sqrt[٣]{س}$ = ...

(أ) ٢ (ب) ٨ (ج) ٥١٢ (د) $\sqrt[٣]{٢}$

---

(٦٦) إذا ضربت جميع عناصر محدد من الدرجة الثالثة قيمته م فى العدد ٢ فإن قيمة المحدد الناتج تساوى ....

(أ) م (ب) ٢ م (ج) ٤ م (د) ٨ م

---

(٦٧) إذا كان : Δ = $\begin{vmatrix} ١ & ٣ \\ ٥ & ٧ \end{vmatrix}$ فإن : ٢ Δ ≠ ....

(أ) $\begin{vmatrix} ٢ & ٦ \\ ١٠ & ١٤ \end{vmatrix}$ (ب) $\begin{vmatrix} ٢ & ٣ \\ ١٠ & ٧ \end{vmatrix}$ (ج) $\begin{vmatrix} ١ & ٦ \\ ٥ & ١٤ \end{vmatrix}$ (د) $\begin{vmatrix} ١ & ٣ \\ ١٠ & ١٤ \end{vmatrix}$

---

(٦٨) إذا كانت : Δ = $\begin{vmatrix} ١ & ٣ & ١ \\ ٢ & -١ & ١ \\ ٠ & ٤ & ٢ \end{vmatrix}$ فإن : $\begin{vmatrix} ٤ & ١٢ & ٤ \\ ٨ & -٤ & ٤ \\ ٠ & ١٦ & ٨ \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ١٢ Δ (ب) ٦٤ Δ (ج) ٤ Δ (د) ١٦ Δ

٦٩ إذا كان : $\begin{vmatrix} \omega^2 & \text{ت} & \omega \\ \omega & \omega^2 & \text{ت} \\ \text{ت} & \omega & \omega^2 \end{vmatrix} = \text{س} + \text{ت ص}$ فإن : س + ص = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) −٢

---

٧٠ إذا كان : ١ ، ω ، ω² هي الجذور التكعيبية للواحد الصحيح ، $\text{ن} \in \text{ص}^+$

فإن : $\begin{vmatrix} \omega^{2\text{ن}} & \omega^{\text{ن}} & 1 \\ 1 & \omega^{2\text{ن}} & \omega^{\text{ن}} \\ \omega^{\text{ن}} & 1 & \omega^{2\text{ن}} \end{vmatrix} = $ ....

(أ) ١ (ب) ω (جـ) ω² (د) صفر

---

٧١ $\begin{vmatrix} 1 & 10 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + \cdots + \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & -4 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ٣٢ (ب) ٣٠ (جـ) ٢٩ (د) ٢٧

---

٧٢ $\begin{vmatrix} 2020 & 2019 \\ 2022 & 2021 \end{vmatrix} + \cdots + \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 6 & 5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ٢٠١٩ (ب) −٢٠١٩ (جـ) −٤٠٣٨ (د) ٤٠٣٨

---

٧٣ إذا كان : جـ ، ب هما جذرا المعادلة : س² − ١١ س + ٢٧ = صفر فإن : $\begin{vmatrix} \text{لو}_3\,\text{ب} & \text{لو}_3\,\text{جـ} \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ٣ (ب) ١ (جـ) −١ (د) −٣

---

٧٤ إذا كان : ٩٠° ≤ س ≤ ١٨٠° ، وكان : $\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & \text{٢ جا س} - 1 & 6 \\ 1 + \text{جتا ٢ س} & \text{م} & 8 \end{vmatrix} = \text{صفر}$

فإن : ق (∠س) = ...°

(أ) ٣٠° أ، ١٥٠° (ب) ٩٠° أ، ١٥٠° (جـ) ١٢٠° أ، ١٥٠° (د) ٩٠° أ، ١٢٠°

---

٧٥ أ ب جـ مثلث حيث : $\begin{vmatrix} 0 & 0 & \text{ب جـ} \\ 0 & \text{أ جـ} & 0 \\ \text{أ ب} & 0 & 0 \end{vmatrix}$ = ٢٠٠ سم³ ، فإذا كانت مساحة Δ أ ب جـ = ٤٠ سم²

فإن طول نصف قطر الدائرة المارة برؤوسه = ... سم.

(أ) ١٠ (ب) ٥ (جـ) ٤ (د) $\frac{5}{4}$

٧٦ $\begin{vmatrix} \text{حا أ} & \text{حتا أ} & \text{حا}(\text{أ}+\theta) \\ \text{حا ب} & \text{حتا ب} & \text{حا}(\text{ب}+\theta) \\ \text{حا حـ} & \text{حتا حـ} & \text{حا}(\text{حـ}+\theta) \end{vmatrix}$ = ...

(أ) صفر (ب) $\text{حا}^2\text{أ} + \text{حتا}^2\text{ب} + \text{حا}^2\text{حـ}$

(جـ) حتا ٢أ + حتا ٢ب + حتا ٢حـ (د) $\text{حا}^2(\text{أ}+\text{ب}+\text{حـ}+\theta)$

---

٧٧ إذا كانت : س = −٩ أحد جذور المعادلة : $\begin{vmatrix} ٧ & ٦ & \text{س} \\ ٢ & \text{س} & ٢ \\ \text{س} & ٣ & ٧ \end{vmatrix}$ = ٠ فإن الجذرين الآخرين هما ....

(أ) ٢ ، ٦ (ب) ٣ ، ٦ (جـ) ٢ ، ٧ (د) ٣ ، ٧

---

٧٨ إذا كانت : د (س) = $\begin{vmatrix} \text{حا س} & ٠ & ٠ \\ ٠ & \text{حا ٢س} & ٠ \\ ٠ & ٠ & \text{حتا ٣س} \end{vmatrix}$ فإن : $\lim\limits_{\text{س} \to ٠} \dfrac{\text{د (س)}}{\text{س}^2}$ = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٦

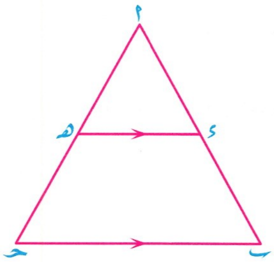
---

٧٩ $\begin{vmatrix} ١ & ١ & ١ \\ \text{ع}_1^{\text{ن}} & \text{ع}_1^{\text{ن}+1} & \text{ع}_1^{\text{ن}+2} \\ \text{ع}_2^{\text{ن}} & \text{ع}_2^{\text{ن}+1} & \text{ع}_2^{\text{ن}+2} \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) صفر (د) ن

---

٨٠ **في الشكل المقابل :**



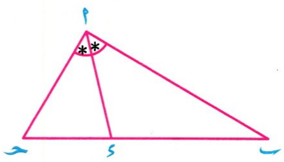
إذا كانت : $\overline{\text{ءهـ}} // \overline{\text{بحـ}}$

فإن : $\begin{vmatrix} ٥ & ٦ & ٧ \\ \text{ءهـ} & \text{أء} & \text{أهـ} \\ \text{بحـ} & \text{أب} & \text{أحـ} \end{vmatrix}$ = ...

(أ) ٧ (ب) ٦ (جـ) ٥ (د) صفر

---

٨١ **في الشكل المقابل :**



إذا كان : $\overleftrightarrow{\text{أء}}$ ينصف ∠ أ

فإن : $\begin{vmatrix} ٢ & ٣ & ٧ \\ \text{أب} & \text{أحـ} & \text{أب}+\text{أحـ} \\ \text{بء} & \text{ءحـ} & \text{بحـ} \end{vmatrix}$ = ...

(أ) صفر (ب) ٦ (جـ) ٢١ (د) ٢ بحـ

بنك الأسئلة

سادسًا مسائل على المصفوفات وحل انظمة المعادلات الخطية

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) المصفوفة المنفردة بين المصفوفات التالية هى ....

(أ) $\begin{pmatrix} ٤ & ٣ \\ ٦ & ٥ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} -٢ & ٣ \\ -٤ & ٦ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ \\ ٥ & ٤ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٤ & ٢ \\ ٦ & -٣ \end{pmatrix}$

---

(٢) جميع المصفوفات الآتية لها معكوس ضربى ما عدا المصفوفة ....

(أ) $\begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ ٤ & ٣ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ٢ & ٥ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ ٦ & ٣ \end{pmatrix}$

---

(٣) جميع المصفوفات الآتية ليس لها معكوس ضربى ما عدا المصفوفة ....

(أ) $\begin{pmatrix} -٦ & ٣ \\ ٤ & -٢ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٦ & ٢ \\ ٣ & ١ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} -٨ & ٤ \\ -٤ & ٢ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} -٢ & ٤ \\ ٥ & ١٠ \end{pmatrix}$

---

(٤) قيمة س التى تجعل المصفوفة $\begin{pmatrix} ٢ & س \\ ٣ & -٣ \end{pmatrix}$ منفردة هى ....

(أ) ٢ (ب) -٢ (ج) $\frac{١}{٢}$ (د) -٣

---

(٥) قيمة أ التى تجعل المصفوفة $\begin{pmatrix} أ & ٢ \\ ٨ & أ \end{pmatrix}$ ليس لها معكوس ضربى هى ....

(أ) -٤ (ب) ٤ (ج) $\pm$ ٤ (د) ١٦

---

(٦) قيمة س التى تجعل المصفوفة $\begin{pmatrix} ٢ & س - ١ \\ س + ١ & ٤ \end{pmatrix}$ منفردة هى ....

(أ) -٣ (ب) ٣ (ج) $\pm$ ٣ (د) ٩

---

(٧) إذا كانت : أ = $\begin{pmatrix} ٢ & ١ \\ -٥ & ٣ \end{pmatrix}$ فإن : $أ^{مد}$ = ...

(أ) $\begin{pmatrix} -٢ & -٥ \\ ١ & -٣ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} -٥ & ٣ \\ ٢ & ١ \end{pmatrix}$ (ج) $\begin{pmatrix} ١ & ٢ \\ ٣ & -٥ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٣ & -٥ \\ ١ & ٢ \end{pmatrix}$

٨ المعكوس الضربى للمصفوفة $أ = \begin{pmatrix} ٢ & ٥ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix}$ هو ....

(أ) $\begin{pmatrix} -٢ & ١ \\ ٥ & -٣ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} -٣ & ١ \\ ٥ & -٢ \end{pmatrix}$ (جـ) $\begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ -٥ & ٣ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٣ & -١ \\ -٥ & ٢ \end{pmatrix}$

---

٩ إذا كان : $أ = \begin{pmatrix} ٠ & -\text{جا هـ} & \text{جتا هـ} \\ ٠ & \text{جتا هـ} & \text{جا هـ} \\ ١ & ٠ & ٠ \end{pmatrix}$ فإن : $أ^{-١} =$ ....

(أ) $\begin{pmatrix} ٠ & \text{جا هـ} & \text{جتا هـ} \\ ٠ & \text{جتا هـ} & -\text{جا هـ} \\ ١ & ٠ & ٠ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٠ & -\text{جا هـ} & \text{جتا هـ} \\ ٠ & \text{جتا هـ} & \text{جا هـ} \\ ١ & ٠ & ٠ \end{pmatrix}$

(جـ) $\begin{pmatrix} ٠ & \text{جتا هـ} & \text{جا هـ} \\ ٠ & \text{جا هـ} & -\text{جتا هـ} \\ ١ & ٠ & ٠ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٠ & \text{جا هـ} & \text{جتا هـ} \\ ٠ & \text{جتا هـ} & \text{جا هـ} \\ ١ & ٠ & ٠ \end{pmatrix}$

---

١٠ ناتج جمع المصفوفة $أ = \begin{pmatrix} -٣ & ٢ \\ -٧ & ٥ \end{pmatrix}$ ومعكوسها الضربى يساوى ....

(أ) $\begin{pmatrix} -٦ & ٤ \\ -١٤ & ١٠ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٠ & ٠ \\ ٠ & ٠ \end{pmatrix}$ (جـ) $\begin{pmatrix} -٢ & ٠ \\ ٠ & -٢ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٠ & -٥ \\ -٥ & ٠ \end{pmatrix}$

---

١١ إذا كانت : $أ = \begin{pmatrix} ٠ & ٠ & ١ \\ ٠ & ١ & ٠ \\ ١ & ٠ & ٠ \end{pmatrix}$ فإن ....

(أ) $أ^{مد} = أ$ (ب) $أ^{مد} = أ^{مل}$ (جـ) $أ^{مد} = أ^{-١}$ (د) جميع ما سبق صحيح.

---

١٢ إذا كانت : $أ = \begin{pmatrix} ٢ & ٣ \\ ٤ & ١ \end{pmatrix}$ فإن : $أ\,أ^{مل} =$ ....

(أ) $\begin{pmatrix} ٠ & ١٠ \\ ١٠ & ٠ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ١٠ & ٠ \\ ٠ & ١٠ \end{pmatrix}$ (جـ) $\begin{pmatrix} ١ & ١٠ \\ ١٠ & ١ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ١٠ & ١ \\ ١ & ١٠ \end{pmatrix}$

---

١٣ لأى مصفوفة مربعة أ إذا كان : $أ^{٢} - أ + I = \boxed{}$ فإن : $أ^{-١} =$ ....

(أ) $أ^{-٢}$ (ب) $أ + I$ (جـ) $I - أ$ (د) $أ - I$

---

١٤ قيمة أ التى تجعل المصفوفة $\begin{pmatrix} ٥ & ٣ & ٢ \\ ٢ & أ & ١ \\ -١ & ١ & ٠ \end{pmatrix}$ منفردة هى ....

(أ) $\frac{-٥}{٣}$ (ب) $\frac{٥}{٣}$ (جـ) ٢ (د) ٣

١٥ إذا كانت : أ ، ب مصفوفتين غير منفردتين فإن : $(\text{أ ب})^{-1}$ = ...

(أ) أ ب (ب) $\text{أ}^{-1}\text{ب}^{-1}$ (جـ) $\text{ب}^{-1}\text{أ}^{-1}$ (د) $(\text{ب أ})^{-1}$

١٦ إذا كان كل من أ ، ب مصفوفتين غير منفردتين فإن كل مما يأتى صحيح ما عدا ....

(أ) $(\text{أ}+\text{ب})^{-1} = \text{أ}^{-1} + \text{ب}^{-1}$ (ب) $(\text{أ}\times\text{ب})^{مد} = \text{ب}^{مد} \times \text{أ}^{مد}$

(جـ) $(\text{أ}\times\text{ب})^{-1} = \text{ب}^{-1} \times \text{أ}^{-1}$ (د) $(\text{أ}+\text{ب})^{مد} = \text{أ}^{مد} + \text{ب}^{مد}$

١٧ إذا كانت : أ مصفوفة مربعة ، |أ| = ٤ فإن : $\text{أ}\,\text{أ}^{مل}$ = ...

(أ) ٤ (ب) ٤ I (جـ) I (د) $\frac{١}{٤}$ I

١٨ إذا كانت : أ = $\begin{pmatrix} ٥ & ٢ \\ ٣ & ٥ \end{pmatrix}$ ، ب = $\begin{pmatrix} ٣ & -٧ \\ ١٧ & -٤٦ \end{pmatrix}$ وكان أ × جـ = ب فإن : جـ = ...

(أ) $\begin{pmatrix} ١ & -٨ \\ ٢ & ٣ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٤ & -١١ \\ -١ & ٣ \end{pmatrix}$ (جـ) $\begin{pmatrix} ٤ & -١٧ \\ -١ & ٦ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٦ & -٩ \\ -١ & ٣ \end{pmatrix}$

١٩ إذا كانت : أ مصفوفة على النظم ٢ × ٢ وكان |أ| = ٥ فإن : |٣ أ| = ...

(أ) ٥ (ب) ١٥ (جـ) ٤٥ (د) ١٠

٢٠ إذا كانت : أ ، ب مصفوفتان على النظم ٣ × ٣ وكان أ = ٢ ب ، |ب| = ٥ فإن : |أ| = ...

(أ) ٨ (ب) ١٦ (جـ) ٣٢ (د) ٤٠

٢١ إذا كانت : I مصفوفة الوحدة على النظم ٢ × ٢ فإن : |٤ I| = ...

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ١٦

٢٢ إذا كانت : أ مصفوفة على النظم ٢ × ٢ وكان |أ| = ٥ فإن : $|\text{أ} \times \text{أ}^{مل}|$ = ...

(أ) ٥ (ب) ٢٥ (جـ) ١٢٥ (د) ١

٢٣ إذا كانت : أ مصفوفة على النظم ٣ × ٣ وكان |أ| = −٣ فإن : $|\text{أ}\,\text{أ}^{مل}|$ = ...

(أ) ٣ (ب) −٢٧ (جـ) ٢٧ (د) −٩

٢٤ إذا كان أ مصفوفة مربعة على النظم ٣ × ٣ وكان $|\text{أ}| = ٥$ فإن : $|\text{أ}^{\text{مل}}| =$ ……………

(أ) ٥ (ب) ٢٥ (ج) ١٢٥ (د) $\frac{١}{٥}$

---

٢٥ إذا كانت : أ مصفوفة غير منفردة فإن : $(\text{أ})^{\text{مل}} =$ ……………

(أ) $|\text{أ}|\,\text{أ}^{-١}$ (ب) $(\text{أ}^{\text{مد}})^{-١}$ (ج) $\frac{١}{|\text{أ}|}\,\text{أ}^{-١}$ (د) $|\text{أ}^{\text{مد}}|$

---

٢٦ إذا كانت : أ مصفوفة غير منفردة فإن العبارة الخاطئة فما يلى هى ……………

(أ) أ لها معكوس ضربى. (ب) $\text{ر}(\text{أ}) = \text{ر}(\text{أ}^{-١})$ (ج) $|\text{أ}| = |\text{أ}^{\text{مد}}|$ (د) $\text{أ} + \text{أ}^{-١} = \square$

---

٢٧ إذا كانت : $\text{أ} = \begin{pmatrix} \text{أ} & ٠ & ٠ \\ ٠ & \text{أ} & ٠ \\ ٠ & ٠ & \text{أ} \end{pmatrix}$ فإن : $|\text{أ}|\,|\text{أ}^{\text{مل}}| =$ ……………

(أ) $\text{أ}^{٣}$ (ب) $\text{أ}^{٦}$ (ج) $\text{أ}^{٩}$ (د) $\text{أ}^{٢٧}$

---

٢٨ إذا كان : أ ، ب ، ج ثلاث مصفوفات على النظم $\text{ن} \times \text{ن}$ وكان $\text{أ}\,\text{ب}\,\text{ج} = I$ فإن : $\text{ب}^{-١} =$ ……………

(أ) $\text{أ}^{-١}\,\text{ج}^{-١}$ (ب) $(\text{ج}\,\text{أ})^{-١}$ (ج) $\text{ج}^{-١} + \text{أ}^{-١}$ (د) $\text{ج}\,\text{أ}$

---

٢٩ إذا كان : أ مصفوفة مربعة على النظم ٣ × ٣ وكان $|\text{أ}| = ٥$ فإن : $|٢\,\text{أ}^{\text{مل}}| =$ ……………

(أ) ٢٥٠ (ب) ٢٠٠ (ج) ٥٠ (د) ٢٥

---

٣٠ إذا كانت : أ مصفوفة على النظم ٣ × ٣ فإن : $(٢\,\text{أ})^{\text{مل}} =$ ……………

(أ) $٢\,\text{أ}^{\text{مل}}$ (ب) $\frac{١}{٢}\,\text{أ}^{\text{مل}}$ (ج) $٤\,\text{أ}^{\text{مل}}$ (د) $٨\,\text{أ}^{\text{مل}}$

---

٣١ إذا كانت : أ مصفوفة على النظم ٣ × ٣ وكان $\text{حـ}_{\text{ص ع}}$ ترمز للعامل المرافق للعنصر $\text{أ}_{\text{ص ع}}$ فى المصفوفة أ

فإن : $\text{أ}_{١١}\,\text{حـ}_{١٣} + \text{أ}_{٢١}\,\text{حـ}_{٢٣} + \text{أ}_{٣١}\,\text{حـ}_{٣٣} =$ ……………

(أ) صفر (ب) ٥ (ج) ١٥ (د) ٢٥

---

٣٢ إذا كانت : أ مصفوفة على النظم ٣ × ٣ وكان $|\text{أ}| = ٥$ وكان $\text{حـ}_{\text{ص ع}}$ ترمز للعامل المرافق للعنصر $\text{أ}_{\text{ص ع}}$

فى المصفوفة أ فإن : $\text{أ}_{١١}\,\text{حـ}_{١١} + \text{أ}_{٢١}\,\text{حـ}_{٢١} + \text{أ}_{٣١}\,\text{حـ}_{٣١} =$ ……………

(أ) صفر (ب) ٥ (ج) ١٥ (د) ٢٥

٣٣ مرتبة مصفوفة الوحدة $I_٣$ هي ....

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) صفر

٣٤ مرتبة المصفوفة $\boxed{}$ من النظم ٣ × ٣ هي ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٣٥ من بين الأنظمة الخطية الآتية، مجموعة المعادلات المتجانسة هي ....

(أ) ٢ س + ص = ١ ، س + ٢ ص = ٤ (ب) س − ص = ٠ ، س + ٢ ص = ٥

(جـ) ٣ س + ص = ٣ ، ٢ س + ص = ٠ (د) س − ٢ ص = ٠ ، س + ص = ٠

٣٦ إذا كان م عدد المعادلات الخطية ، ن عدد المجاهيل فإن المصفوفة الموسعة تكون على النظم ....

(أ) م × ن (ب) م × (ن + ١) (جـ) (م + ١) × ن (د) (م + ١) (ن + ١)

٣٧ إذا كانت : أ = $\begin{pmatrix} ٣ & ٢ & ١ \\ ٦ & ٤ & ٢ \end{pmatrix}$ فإن : ر (أ) = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٣٨ إذا كانت المصفوفة أ = $\begin{pmatrix} -٣ & -٢ & ١ \\ ٦ & ٤ & -٢ \\ -٩ & -٦ & ٣ \end{pmatrix}$ فإن : ر (أ) = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٣٩ إذا كانت : أ = $\begin{pmatrix} -٣ & ٢ & ٠ \\ ٦ & -٤ & -٢ \\ -٩ & ٦ & ٣ \end{pmatrix}$ فإن : ر (أ) = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٤٠ إذا كانت : أ = $\begin{pmatrix} -١ & ٣ & ٢ \\ ١ & -٣ & -٢ \\ -٣ & ٩ & ٦ \end{pmatrix}$ فإن : ر $(أ^{مد})$ = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٤١ مرتبة المصفوفة الموسعة للنظام : س − ٢ ص = ٣ ، ٣ س − ٦ ص = ٩ هي ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٤٢ إذا كانت أ مصفوفة غير صفرية على النظم ١ × ٣ ، ب مصفوفة غير صفرية على النظم ٣ × ١

فإن : ر (ب أ) = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

---

٤٣ إذا كان : $أ^{-1} = \begin{pmatrix} ٢ & ٥ \\ ١ & ٣ \end{pmatrix}$ وكان : $أ \begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ١ \\ ٢ \end{pmatrix}$ فإن : ص = ...

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ٨

---

٤٤ إذا كان : $\begin{pmatrix} ٢ & -١ \\ ٣ & -١ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ٢ \\ ٥ \end{pmatrix}$ فإن : $\begin{pmatrix} س \\ ص \end{pmatrix} =$ ....

(أ) $\begin{pmatrix} ٣ \\ ٤ \end{pmatrix}$ (ب) $\begin{pmatrix} ٤ \\ ٣ \end{pmatrix}$ (جـ) $\begin{pmatrix} ٢ \\ ٣ \end{pmatrix}$ (د) $\begin{pmatrix} ٣ \\ ٢ \end{pmatrix}$

---

٤٥ يوجد للنظام $\begin{pmatrix} ٢ & ٤ & ٣ \\ ١ & -٤ & -٣ \\ ٤ & -٤ & -٣ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} س \\ ص \\ ع \end{pmatrix} = \boxed{}$ ....

(أ) الحل البديهى فقط. (ب) عدد لانهائى من الحلول بينها الحل الصفرى.

(جـ) عدد لانهائى من الحلول عدا الحل الصفرى. (د) لايوجد حل على الإطلاق.

---

٤٦ إذا كانت : أ مصفوفة من النظم م × ن فإن : ....

(أ) ر (أ) ≥ أصغر العددين م ، ن (ب) ر (أ) < أصغر العددين م ، ن

(جـ) ر (أ) ≤ أصغر العددين م ، ن (د) ر (أ) > أصغر العددين م ، ن

---

٤٧ نظام المعادلات : س + ص = ٢ ، ٢ س + ٢ ص = ٣ ....

(أ) ليس له حل. (ب) له حل وحيد.

(جـ) له عدد لا نهائى من الحلول. (د) له حلان.

---

٤٨ نظام المعادلات : ٢ س + ٥ ص = ٠ ، ٣ س − ع = ٠ ، ٢ ص − ٣ ع = ٠ ....

(أ) له الحل الصفرى فقط. (ب) ليس له حل

(جـ) له عدد نهائى من الحلول عدا الحل الصفرى. (د) له عدد لانهائى من الحلول بينها الحل الصفرى.

---

٤٩ نظام المعادلات : ٣ س + ص − ع = ٠ ، ٥ س + ٢ ص − ٣ ع = ٢

، ١٥ س + ٦ ص + ٩ ع = ٥ ....

(أ) له حل وحيد. (ب) له عدد لا نهائى من الحلول.

(جـ) له ثلاثة حلول. (د) ليس له حل.

٥٠ إذا كان : أ = $\begin{pmatrix} ٣ & -٢ & ١ \\ ١ & ٠ & ك \\ -١ & ٢ & ٣ \end{pmatrix}$ وكان ر (أ) = ٢ فإن : ك = ...

(أ) -٢ (ب) صفر (ج) ٢ (د) ٦

---

٥١ إذا كانت : أ = $\begin{pmatrix} ١ & ٣ & -١ \\ ٢ & ك & ٠ \\ ٤ & ١ & ٣ \end{pmatrix}$ وكان ر (أ) = ٣ فإن : ك ∈ ....

(أ) $\left\{\frac{٢٠}{٧}\right\}$ (ب) ح - $\left\{\frac{٢٠}{٧}\right\}$ (ج) $\left\{\frac{٣٠}{٧}\right\}$ (د) ح - $\left\{\frac{٣٠}{٧}\right\}$

---

٥٢ إذا كان أ* = $\left(\begin{array}{c|ccc} ٢ & ١ & ٤ & ١ \\ ٠ & ١ & ٤ & ١ \\ ٠ & ٠ & ٧ & ٢ \end{array}\right)$ فإن : ر (أ) + ر (أ*) = ...

(أ) ٦ (ب) ٥ (ج) ٤ (د) ٢

---

٥٣ إذا كان للمعادلتين : ٢ س + ص = ١ ، ٤ س + ٢ ص = ك عدد لانهائى من الحلول

فإن : ك = ...

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

---

٥٤ إذا كان للمعادلات : ٣ س - ٢ ص + ع = ٠ ، ٦ س - ٥ ص + ٢ ع = ٠

، ٩ س - ٦ ص + ك ع = ٠ حلول خلاف الحل الصفرى فإن : ك = ...

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٣ (د) ٤

---

٥٥ إذا كان للمعادلات : س + ٢ ص + ٣ ع = ٥ ، ٢ س - ٣ ص + ك ع = ١٣

، ٣ س + ك ص + ٢ ع = ٣ حل وحيد فإن : ك ∈ ....

(أ) ح (ب) ح - {-١}

(ج) ح - {١٣} (د) ح - {-١ ، ١٣}

---

٥٦ مجموعة حل النظام : $\frac{١}{س} + \frac{١}{ص} + \frac{١}{ع} = ١$ ، $\frac{١}{س} - \frac{١}{ص} + \frac{٢}{ع} = \frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{س} + \frac{٣}{ص} - \frac{٤}{ع} = \frac{٤}{٣}$

هى ....

(أ) {(٢ ، ٣ ، ٥)} (ب) {(٢ ، ٣ ، ٦)} (ج) $\left\{\left(\frac{١}{٢} ، \frac{١}{٣} ، \frac{١}{٥}\right)\right\}$ (د) $\left\{\left(\frac{١}{٢} ، \frac{١}{٣} ، \frac{١}{٦}\right)\right\}$

٥٧ إذا كان أ ب حـ مثلث وكان $س = \begin{pmatrix} أ & ب & حـ \\ حا أ & حا ب & حا حـ \end{pmatrix}$ فإن : ر (س) = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

---

٥٨ إذا كان : $أ = (أ_{ص ع})$ حيث $أ_{ص ع}$ = ص × ع حيث ص ، ع ∈ {١ ، ٢ ، ٣}

فإن : ر (أ) = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

---

٥٩ مرتبة المصفوفة $س = \begin{pmatrix} -١ & ٢ & ٥ \\ ٢ & -٤ & أ - ٤ \\ ١ & -٢ & أ + ١ \end{pmatrix}$ تساوى ....

(أ) صفر إذا كان أ = ٦ (ب) ١ إذا كان أ = -١ (جـ) ٣ إذا كان أ = ٢ (د) ١ إذا كان أ = -٦

---

٦٠ إذا كانت المصفوفة : $ج = \begin{pmatrix} -٢ & ١ & ٥ \\ أ^٢ - ب & ٠ & - أ \\ ب & ٠ & ب^٢ + أ \end{pmatrix}$ وكان : أ × ب = -٣

وكان مرتبة المصفوفة ج يساوى ٢ فإن : $أ^٦ + ب^٦$ = ...

(أ) ٩ (ب) ١٨ (جـ) ٢٧ (د) ٣٦

---

٦١ فى المعادلات الخطية الغير متجانسة فى ٣ متغيرات على الصورة أ س = ب حيث أ مصفوفة المعاملات

إذا كان : ر (أ) = ر ($أ^*$) فإن للمعادلات ....

(أ) حل وحيد فقط. (ب) عدد لانهائى من الحلول.

(جـ) ليس لها حل. (د) (أ) أو (ب)

---

٦٢ إذا كانت المعادلات الغير متجانسة فى ٣ متغيرات ليس لها حل على الإطلاق فإن المستويات الممثلة لهذه المعادلات فى الفراغ ....

(أ) الثلاثة مستويات تكون متوازية.

(ب) مستويان متوازيان والثالث قاطع لها.

(جـ) المستويات تتقاطع مثنى مثنى ولا تتقاطع فى نقطة واحدة.

(د) كل ما سبق صحيح.

ثانيًا : بنك أسئلة الاختيار من متعدد ؟ فى الهندسة الفراغية

أولًا مسائل على النظام الإحداثى المتعامد فى ثلاثة أبعاد

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ النقطة (٢ ، ٠ ، ٠) تقع ....

(أ) على محور ص (ب) على محور ع
(ج) على محور س (د) فى المستوى ص ع

٢ النقطة (٠ ، ٠ ، −٣) تقع ....

(أ) على المحور ص (ب) على المحور ع
(ج) فى المستوى س ص (د) فى المستوى س ع

٣ إذا كانت النقطة (أ ، ب ، حـ) تقع على محور ع فإن : ....

(I) أ = ٠ (II) ب = ٠ (III) حـ = ٠

(أ) I فقط (ب) II فقط (ج) III فقط (د) I ، II معًا

٤ إذا كانت : أ (م ، ٢ م − ن ، م + ن + ٣) ∈ محور س فإن : م = ...

(أ) ٠ (ب) −٢ (ج) ٣ (د) −١

٥ النقطة (٢ ، ٠ ، −٣) تقع فى مستوى الإحداثيات الذى معادلته ....

(أ) ع = ٠ (ب) ص = ٠ (ج) س = ٠ (د) س + ص = −١

٦ جميع نقط الفراغ التى على الصورة (س ، ٥ ، ع) تقع فى المستوى الذى معادلته ....

(أ) س = ٥ (ب) ص = ٥ (ج) ع = ٠ (د) ص = ٠

٧ إذا كانت النقطة أ (١ − ك ، ٢ ك ، ٣ + ك) تقع فى المستوى س ص فإن : أ = ...

(أ) (−٢ ، ٦ ، ٠) (ب) (٠ ، ٢ ، ٤) (ج) (١ ، ٠ ، ٣) (د) (٤ ، −٦ ، ٠)

٨ إذا كانت النقطة ٩ (ىه − ١ ، ىه + ٤ ، ٢ ىه) تقع فى المستوى ص = ٦ فإن : ىه = ...

(أ) ٧ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) أى عدد حقيقى ≠ ٠

---

٩ إذا كانت النقطة (س ، ص ، ع) تقع فى المستوى الإحداثى س ع فإن ....

(أ) س = ٠ (ب) ص = ٠ (جـ) ع = ٠ (د) س + ص = ٠

---

١٠ النقطة (−٢ ، ٠ ، ٤) تقع ....

(أ) على المحور ص (ب) فى المستوى س ص

(جـ) فى المستوى س ع (د) على المحور ع

---

١١ النقطة ٩ (٢ ، −٣ ، ٠) تقع ....

(أ) على المحور ع (ب) فى المستوى ص ع

(جـ) فى المستوى س ص (د) على المحور س

---

١٢ إذا كانت النقطة (٢ ٩ ، ٩ + ٣ ، ٥) تقع فى مستوى الإحداثيات س ع فإن بُعدها عن المستوى الإحداثى ص ع يساوى .... وحدة طول.

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) صفر

---

١٣ إذا كانت النقطة (٩ − ٢ ، ٥ ، ٩ − ٤) تُبعد عن المستوى ص ع خمسة وحدات طولية وتُبعد عن المستوى س ص ثلاثة وحدات طولية فإن : ٩ = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ٧ أ، −٣

---

١٤ البُعد بين النقطة (٩ ، ب ، حـ) ومحور ص يساوى ....

(أ) $\sqrt{٩^٢ + حـ^٢}$ (ب) $\sqrt{٩^٢ + ب^٢}$ (جـ) $\sqrt{ب^٢ + حـ^٢}$ (د) $\sqrt{٩^٢ + ب^٢ + حـ^٢}$

---

١٥ البعد بين النقطة (٩ ، ب ، حـ) ومحور ع يساوى ....

(أ) $\sqrt{٩^٢ + حـ^٢}$ (ب) $\sqrt{٩^٢ + ب^٢}$ (جـ) $\sqrt{ب^٢ + حـ^٢}$ (د) $\sqrt{٩^٢ + ب^٢ + حـ^٢}$

---

١٦ طول العمود المرسوم من النقطة (−٥ ، −٣ ، ٤) على محور س = ... وحدة طول.

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٤ (د) ١٠

١٧ إذا كانت النقطة أ (ل + ٥ ، ٢ ل ، ل) تبعد ٢ $\sqrt{٥}$ وحدة طول عن المحور س فإن : أ = ...

(أ) (٣ ، ٤ ، ٢) (ب) (٣ ، −٤ ، −٢) (جـ) (٧ ، ٤ ، ٢) (د) ب ، حـ معًا

١٨ إذا كانت النقطة (٣ ، ك ، −٢) تقع على أبعاد متساوية من المحورين ص ، ع فإن : ك = ...

(أ) ± ٣ (ب) ± ٢ (جـ) ± $\sqrt{١٣}$ (د) ± ٥

١٩ بُعد النقطة أ (٢ ، −٣ ، ٥) عن المستوى الإحداثى س ع يساوى .... وحدة طول.

(أ) ٢ (ب) −٣ (جـ) ٣ (د) ٥

٢٠ أقصر مسافة بين النقطة (−٤ ، ٥ ، −٢) والمستوى ع = ٠ تساوى .... وحدة طول.

(أ) −٢ (ب) ٥ (جـ) ٤ (د) ٢

٢١ بعد النقطة أ (− ٢ ، − ٤ ، ٥) عن المستوى الإحداثى ص ع يساوى .... وحدة طول.

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) $\sqrt{٤١}$

٢٢ النقطة أ (٣ ، −٥ ، ١) فى الفراغ فإن مجموع أبعادها عن مستويات الإحداثيات الثلاثة = ...
وحدة طول.

(أ) −١ (ب) ١ (جـ) ٩ (د) ٣٥

٢٣ معادلة المحور س فى الفراغ هى ....

(أ) ص = ٠ ، ع = ٠ (ب) س = ٠ (جـ) س = ٠ ، ص = ٠ (د) س = ٠ ، ع = ٠

٢٤ معادلة محور ع فى الفراغ هى ....

(أ) س = ٠ ، ص = ٠ (ب) س = ٠ ، ع = ٠
(جـ) ص = ٠ ، ع = ٠ (د) س = ٠

٢٥ مستويا الإحداثيات ع = ٠ ، س = ٠ يتقاطعان فى ....

(أ) نقطة الأصل. (ب) المحور س (جـ) المحور ص (د) المحور ع

٢٦ المحور س والمحور ص ينتميان لمستوى معادلته ....

(أ) س = ٠ (ب) ص = ٠ (جـ) ع = ٠ (د) س + ص = ٠

٢٧ مستويا الإحداثيات س ص ، ص ع يتقاطعان فى ....

(أ) نقطة الأصل. (ب) محور س (ج) محور ص (د) محور ع

٢٨ مستويات الإحداثيات س ص ، س ع ، ص ع تتقاطع معًا فى ....

(أ) نقطة الأصل. (ب) محور س (ج) محور ص (د) محور ع

٢٩ المستقيمان $\overleftrightarrow{\text{س س}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ع ع}}$ يكونان مستوى الإحداثيات الذى معادلته ....

(أ) س = ٠ (ب) ص = ٠ (ج) ع = ٠ (د) ص = ٢

٣٠ نقطة منتصف القطعة المستقيمة التى طرفاها (-٣ ، ٢ ، ٤) ، (٥ ، ١ ، ٨) هى ....

(أ) (١ ، $\frac{٣}{٢}$ ، ٦) (ب) (٢ ، -١ ، ٤) (ج) (٨ ، -١ ، ٤) (د) (١ ، $\frac{٣}{٢}$ ، ٢)

٣١ إحداثيات نقطة منتصف القطعة $\overline{\text{ءهـ}}$ حيث ء (٢ ، ٣ ، ٣) ، هـ (٦ ، -١ ، -٤) هى ....

(أ) (٤ ، ٢ ، $٣\frac{١}{٢}$) (ب) (٢ ، ١ ، $\frac{١}{٢}$) (ج) (٤ ، ١ ، $-\frac{١}{٢}$) (د) (٤ ، ١ ، $\frac{١}{٢}$)

٣٢ إذا كان : (أ ، ب ، حـ) منتصف $\overline{\text{ءهـ}}$ حيث ء (-٤ ، ٠ ، ٥) ، هـ (-٢ ، ٤ ، -١٣)

فإن : أ + ب + حـ = ...

(أ) -٥ (ب) -٦ (ج) ٣ (د) ٤

٣٣ إذا كانت : حـ (-١ ، ٦ ، -٥) منتصف $\overline{\text{أب}}$ حيث أ (ك - ٢ ، -١ ، م + ٣) ، ب (٢ ، ن - ٧ ، -٢)

فإن : ك + م - ن = ...

(أ) ٣٣ (ب) ٢٣ (ج) -٢٧ (د) -٣٣

٣٤ إذا كانت : (٥ ، ٦ ، -٣) هى منتصف $\overline{\text{أب}}$ حيث أ (٣ ، -١ ، ٥) فإن : ب = ...

(أ) (٤ ، $\frac{٥}{٢}$ ، ١) (ب) (٧ ، ١٣ ، -١١) (ج) (-٢ ، -٧ ، ٨) (د) (٣ ، ٢ ، ١٣)

٣٥ إذا كان منتصف $\overline{\text{أب}}$ ∈ محور س حيث أ (٢ ، ١٢ + ك ، ك) ، ب (٤ ، م ، ٨ - م)

فإن : ك - ٣ م = ...

(أ) ٤ (ب) -٤ (ج) -٢ (د) -١٠

٣٦ إذا كانت نقطة منتصف $\overline{أب}$ تقع فى المستوى الإحداثى س ع وكانت :

أ (−٣ ، ١٢ + ك ، ٥) ، ب (١ ، ٣ ك ، −٢) فإن : ك = ...

(أ) ٥ (ب) −٣ (جـ) −٢ (د) ١

---

٣٧ بعد النقطة أ (١ ، ٢ ، −٢) عن النقطة ب (١ ، ٢ ، ٥) يساوى .... وحدة طول.

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ٨

---

٣٨ إذا كان : أ (٧ ، −١ ، ٨) ، ب (١١ ، ٢ ، −٤) فإن : طول $\overline{أب}$ = ... وحدة طول.

(أ) ١٠ (ب) ١١ (جـ) ١٢ (د) ١٣

---

٣٩ إذا كانت : أ = (٢ ، −١ ، ٣) ، ب = (−٢ ، ٢ ، −٩) فإن : طول $\overline{أب}$ = ... وحدة طول.

(أ) ١٥ (ب) ١٣ (جـ) ١٢ (د) ١٠

---

٤٠ بُعد النقطة (−٣ ، ٤ ، ٥) عن نقطة الأصل = ... وحدة طول.

(أ) ٥ (ب) ٥$\sqrt{٢}$ (جـ) ١٠ (د) ٢٥

---

٤١ إذا كان : أ (−٤ ، −٢ ، ٣) ، ب (١ ، ٢ ، ك) وكان طول $\overline{أب}$ = $\sqrt{٧٧}$ فإن : ك = ...

(أ) −٣ أ، ٦ (ب) −٣ أ، ١٢ (جـ) ٩ أ، ٦ (د) ٩ أ، −٣

---

٤٢ إذا كانت النقط أ (٦ ، ٠ ، ٣) ، ب (٧ ، ١ ، ٧) ، حـ (٩ ، ٣ ، ١٥) تقع على استقامة واحدة

فإن : أ تقسم $\overline{ب حـ}$ بنسبة ....

(أ) ٣ : ١ من الداخل. (ب) ١ : ٣ من الخارج. (جـ) ٢ : ٣ من الداخل. (د) ١ : ٢ من الخارج.

---

٤٣ محيط المثلث و أ ب حيث و هى نقطة الأصل ، أ (٠ ، ٣ ، ٠) ، ب (٤ ، ٠ ، ٠)

يساوى .... وحدة طول.

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ١٣

---

٤٤ إذا كان : م (١ ، ٢ ، ٣) ، ن (٤ ، ٢ ، ٣) ، هـ (١ ، ٦ ، ٣) إحداثيات نقط منتصفات كل من

$\overline{أب}$ ، $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{حـ أ}$ على الترتيب فإن محيط Δ أ ب حـ يساوى .... وحدة طول.

(أ) ١٢ (ب) ١٣ (جـ) ١٤ (د) ٢٤

٤٥ إذا كان : أ(١ ، ٢ ، ٥) ، ب(٢ ، ٥ ، ٣) ، حـ(-١ ، ٣ ، ٢) فإن ....

(أ) أ ، ب ، حـ على استقامة واحدة (ب) أ ب حـ و مربع حيث ونقطة الأصل

(جـ) أ ب حـ مثلث قائم الزاوية (د) أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع

---

٤٦ النقط أ(٢ ، -١ ، ٣) ، ب(-٤ ، ٤ ، ٢) ، حـ(-٢ ، ٥ ، ١) تمثل ....

(أ) رؤوس مثلث قائم الزاوية. (ب) رؤوس مثلث متساوى الأضلاع.

(جـ) رؤوس مثلث متساوى الساقين. (د) ثلاثة نقاط على أستقامة واحدة.

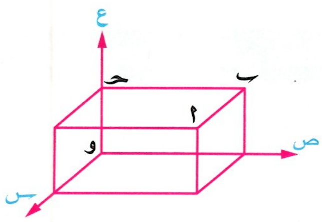
---

٤٧ النقاط (٢ ، -١ ، ٥) ، (٦ ، ٠ ، ٦) ، .... تقع على استقامة واحدة.

(أ) (١٤ ، -٢ ، ٨) (ب) (١٤ ، ٢ ، ٨) (جـ) (٨ ، ٢ ، ٢) (د) (٤ ، -١ ، ٥ $\frac{١}{٢}$)

---

٤٨ **الشكل المقابل يمثل متوازى مستطيلات :**



أ(٥ ، ٨ ، ٤) فإن :

أولًا : إحداثيات النقطة ب هى ....

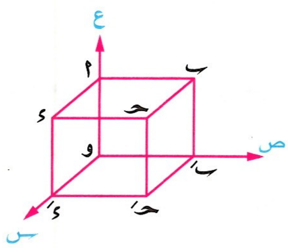
(أ) (٤ ، ٨ ، ٠) (ب) (٠ ، ٨ ، ٤) (جـ) (٥ ، ٨ ، ٠) (د) (٥ ، ٠ ، ٤)

ثانيًا : إحداثيات النقطة حـ هى ....

(أ) (٠ ، ٠ ، ٠) (ب) (٠ ، ٠ ، ٤) (جـ) (٥ ، ٠ ، ٤) (د) (٠ ، ٨ ، ٠)

---

٤٩ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ ء و بَ حَ ءَ مكعب

طول حرفه ٥ وحدات مكعبة فإن :

أولًا : إحداثيات النقطة حـ هى ....

(أ) (٥ ، ٥ ، ٠) (ب) (٥ ، ٥ ، ٥) (جـ) (٠ ، ٠ ، ٥) (د) (٠ ، ٥ ، ٠)

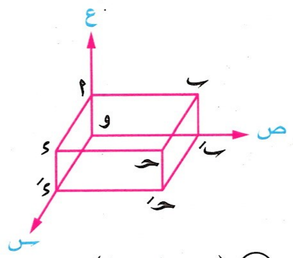
ثانيًا : إحداثيات النقطة ءَ هى ....

(أ) (٠ ، ٠ ، ٥) (ب) (٥ ، ٥ ، ٠) (جـ) (٠ ، ٥ ، ٥) (د) (٥ ، ٠ ، ٠)

ثالثًا : طول قطر المكعب = ... وحدة طول.

(أ) ٥ $\sqrt{٢}$ (ب) ٥ $\sqrt{٣}$ (جـ) ٥ (د) ٥ $\sqrt{٦}$

٥٠ في الشكل المقابل :



متوازي مستطيلات فيه :

حَ (٥ ، ٨ ، ٠) ، ء (٥ ، ٠ ، ٣) فإن :

أولًا : إحداثيات نقطة ح ....

أ (٥ ، ٨ ، ٠)   ب (٥ ، ٣ ، ٨)   ج (٥ ، ٨ ، ٣)   د (٥ ، ٨ ، ٨)

ثانيًا : حجم متوازي المستطيلات .... وحدة مكعبة.

أ ٦٤   ب ١٢٠   ج ١٤٤   د ١٥٠

ثالثًا : معادلة المستوى و بَ حَ ءَ هي ....

أ س = ٠   ب ص = ٠   ج ع = ٠   د ع = ٣

رابعًا : معادلة المستوى ء ءَ حَ ح هي ....

أ س = ٠   ب ص = ٠   ج س = ٥   د ع = ٣

ثانيًا مسائل على معادلة الكرة

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ معادلة الكرة التي مركزها (٢ ، −٣ ، ٥) وطول نصف قطرها $٢\sqrt{٥}$ وحدة طول هي ....

أ $(س + ٢)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} + (ع + ٥)^{٢} = ٢\sqrt{٥}$

ب $س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} = ٢٠$

ج $(س - ٢)^{٢} + (ص + ٣)^{٢} + (ع - ٥)^{٢} = ٢٠$

د $(س - ٢)^{٢} + (ص + ٣)^{٢} + (ع - ٥)^{٢} = ٢\sqrt{٥}$

---

٢ معادلة الكرة التي مركزها (−٢ ، ١ ، −٤) وطول نصف قطرها ٢٥ هي ....

أ $(س + ٢)^{٢} + (ص - ١)^{٢} + (ع + ٤)^{٢} = ٥$

ب $(س - ٢)^{٢} + (ص + ١)^{٢} + (ع - ٤)^{٢} = ٦٢٥$

ج $س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} + ٤ س - ٢ ص + ٨ ع - ٦٢٥ = ٠$

د $س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} + ٤ س - ٢ ص + ٨ ع - ٦٠٤ = ٠$

---

٣ معادلة الكرة التي مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٣ وحدات هي ....

أ $س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} = ٣$ ب $س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} = ٩$

ج $(س - ٣)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} + (ع - ٣)^{٢} = ٩$ د $س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} + ٩ = ٠$

٤ معادلة الكرة التى مركزها نقطة الأصل وتقطع جزءًا طوله ٥ وحدات من الجزء الموجب للمحور س هى ....

(أ) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ - ٢٥ = ٠$ (ب) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ + ٢٥ = ٠$

(جـ) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ - ١٠٠ = ٠$ (د) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ - \sqrt{٥} = ٠$

٥ معادلة الكرة التى مركزها نقطة الأصل وتمر بالنقطة (٣ ، -١ ، ٢) هى ....

(أ) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ = ٤$ (ب) $(س - ٣)^٢ + (ص + ١)^٢ + (ع - ٢)^٢ = ١٤$

(جـ) $(س - ٣)^٢ + (ص + ١)^٢ + (ع - ٢)^٢ = \sqrt{١٤}$ (د) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ = ١٤$

٦ معادلة الكرة التى مركزها نقطة الأصل وتمر بالنقطة أ (١ ، ٣ ، ٢) هى ....

(أ) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ = \sqrt{١٤}$ (ب) $(س - ٣)^٢ + (ص + ١)^٢ + (ع - ٢)^٢ = ١٤$

(جـ) $(س - ٣) + (ص + ١)^٢ + (ع - ٢)^٢ = ١٩٦$ (د) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ = ١٤$

٧ إذا كانت نقطة الأصل تقع على الكرة التى مركزها (-١ ، ٢ ، ٢) فإن معادلتها ....

(أ) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ + ٢ س + ٤ ص + ٤ ع = -٣$

(ب) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ + ٢ س - ٤ ص - ٤ ع = ٣$

(جـ) $(س + ١)^٢ + (ص - ٢)^٢ + (ع - ٢)^٢ + ٩ = ٠$

(د) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ + ٢ س - ٤ ص - ٤ ع = ٠$

٨ معادلة الكرة التى مركزها نقطة الأصل وتمر برؤوس مكعب طول حرفه ١٢ وحدة طول هى ....

(أ) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ = ١٤٤$ (ب) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ = ١٠٨$

(جـ) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ = ٣٦$ (د) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ + ١٠٨ = ٠$

٩ الصورة القياسية لمعادلة الكرة التى مركزها (٢ ، ٣ ، -٤) وتمس المستوى ص ع هى ....

(أ) $(س - ٢)^٢ + (ص - ٣)^٢ + (ع + ٤)^٢ = ٤$ (ب) $(س - ٢)^٢ + (ص - ٣)^٢ + (ع + ٤)^٢ = ٩$

(جـ) $(س - ٢)^٢ + (ص - ٣)^٢ + (ع + ٤)^٢ = ١٦$ (د) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ = ٤$

١٠ معادلة الكرة التى مركزها النقطة (٢ ، -٣ ، ٤) وتمس المستوى الإحداثى س ص هى ....

(أ) $(س - ٢)^٢ + (ص + ٣)^٢ + (ع - ٤)^٢ = ٤$ (ب) $(س - ٢)^٢ + (ص + ٣)^٢ + (ع - ٤)^٢ = ٩$

(جـ) $(س - ٢)^٢ + (ص + ٣)^٢ + (ع - ٤)^٢ = ١٦$ (د) $(س + ٢)^٢ + (ص - ٣)^٢ + (ع + ٤)^٢ = ١٦$

١١ معادلة الكرة التى مركزها (−٣ ، −٣ ، ٥) وتمس مستويات الإحداثيات س ع ، ص ع هى ....

أ) (س + ٣)^{٢} + (ص + ٣)^{٢} + (ع − ٥)^{٢} = ٣

ب) (س + ٣)^{٢} + (ص + ٣)^{٢} + (ع − ٥)^{٢} = ٩

جـ) (س − ٣)^{٢} + (ص − ٣)^{٢} + (ع + ٥)^{٢} = ٣٤

د) س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} + ٦ س + ٦ ص − ١٠ ع = ٩

---

١٢ معادلة الكرة التى مركزها النقطة (١ ، −٣ ، −١) وتمر بالنقطة (−٢ ، −١ ، −١) هى ....

أ) (س + ٢)^{٢} + (ص + ١)^{٢} + (ع + ١)^{٢} = ١٣

ب) س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} − ٢ س + ٦ ص + ٢ ع − ١٣ = ٠

جـ) س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} − ٢ س + ٦ ص + ٢ ع = ٢

د) (س − ١)^{٢} + (ص + ٣)^{٢} + (ع + ١)^{٢} = $\sqrt{١٣}$

---

١٣ معادلة الكرة التى قطرها $\overline{أب}$ حيث أ (٧ ، ١ ، −٤) ، ب (٣ ، −١ ، ٢) هى ....

أ) (س − ٧)^{٢} + (ص − ١)^{٢} + (ع + ٤)^{٢} = ٢٨

ب) (س − ٣)^{٢} + (ص + ١)^{٢} + (ع − ٢)^{٢} = ١٤

جـ) س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} − ١٠ س + ٢ ع − ١٤ = ٠

د) (س − ٥)^{٢} + (ع + ١)^{٢} + ص^{٢} = ١٤

---

١٤ كرة مركزها (٢ ، ٣ ، ٤) تمس محور السينات فإن معادلة الكرة ....

أ) (س − ٢)^{٢} + (ص − ٣)^{٢} + (ع − ٤)^{٢} = ١٥

ب) (س − ٢)^{٢} + (ص − ٣)^{٢} + (ع − ٤)^{٢} = ٥

جـ) س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} − ٤ س − ٦ ص − ٨ ع + ٤ = ٠

د) س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} − ٢٥ = ٠

---

١٥ إذا كانت النقاط (٠ ، ٠ ، ٠) ، (٤ ، ٠ ، ٠) ، (٠ ، ٤ ، ٠) ، (٠ ، ٠ ، ٤) هى أربع رؤوس لمكعب فإن معادلة الكرة التى تمس أوجه المكعب من الداخل هى ....

أ) (س − ٤)^{٢} + (ص − ٤)^{٢} + (ع − ٤)^{٢} = ٤

ب) (س − ٢)^{٢} + (ص − ٢)^{٢} + (ع − ٢)^{٢} = ٤

جـ) (س − ٢)^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} = ٤

د) س^{٢} + (ص − ٢)^{٢} + (ع − ٢)^{٢} = ٤

---

١٦ مركز الكرة التى معادلتها : س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} + ٢ س − ٤ ص + ٦ ع − ١٦ = ٠ هو ....

أ) (١ ، ١ ، ١)

ب) (٢ ، −٤ ، ٦)

جـ) (−١ ، ٢ ، −٣)

د) (−٢ ، ٤ ، −٦)

١٧ مركز الكرة التى معادلتها : $س^2 + ص^2 + ع^2 - ٦ س + ٤ ص + ع - ١٧ = ٠$ هو ....

(أ) (٦ ، ٤ ، ١) (ب) (٣ ، -٢ ، $-\frac{١}{٢}$)

(جـ) (-٣ ، ٢ ، $\frac{١}{٢}$) (د) (-٦ ، -٤ ، -١)

١٨ مركز الكرة التى يكون فيها النقط أ (٣ ، -٣ ، ٢) ، ب (٥ ، -١ ، ٢) طرفى قطر فيها هو ....

(أ) (٨ ، -٤ ، ٤) (ب) (٤ ، -٢ ، ٠) (جـ) (٤ ، -٢ ، ٢) (د) (-٢ ، -٢ ، ٠)

١٩ إذا كانت $\overline{أب}$ قطرًا فى الكرة التى معادلتها : $س^2 + ص^2 + ع^2 - س + ٢ ص + ٣ ع - ٤٤ = ٠$

وكانت : أ (٢ ، ٤ ، -٦) فإن : ب = ...

(أ) (١ ، -٢ ، -٣) (ب) (-١ ، -٦ ، ٣) (جـ) (٠ ، ٤ ، ١) (د) (٢ ، ٣ ، -٥)

٢٠ إذا كانت $\overline{أب}$ قطر فى الكرة التى معادلتها $(س - ٥)^2 + (ص + ٢)^2 + (ع - ١)^2 = ١١$

وكانت إحداثيات أ (٨ ، -١ ، ٢) فإن إحداثيات نقطة ب هى ....

(أ) (٥ ، -٢ ، ١) (ب) (١٠ ، -٤ ، ٥) (جـ) (٢ ، -٣ ، ٠) (د) (١٠ ، ٣ ، ٦)

٢١ طول نصف قطر الكرة : $س^2 + ص^2 + ع^2 + ٢ س - ٢ ص - ٤ ص - ٣ = ٠$ يساوى ....

(أ) ٣ (ب) $\sqrt{٣}$ (جـ) ٢ (د) ٩

٢٢ طول نصف قطر الكرة : $س^2 + ص^2 + ع^2 - ٢ س - ٦ ص + ١٠ ع - ١ =$ صفر

يساوى .... وحدة طول.

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٢٣ $س^2 + ص^2 + ع^2 + ٤ س - ٦ ص + ٨ ع + ٤ = ٠$ معادلة كرة طول قطرها = ... وحدة طول.

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ١٥ (د) ٢٠

٢٤ إذا كانت : $س^2 + ص^2 + ع^2 - ٤ ك س + ٤ ص - ٨ ع + ك = ٠$

معادلة كرة طول نصف قطرها ٥ وحدات طول فإن : ك = ...

(أ) $-\frac{٥}{٤}$ أ، ١ (ب) $\frac{٥}{٤}$ أ، -١ (جـ) $-\frac{١}{٤}$ أ، $\frac{٥}{٤}$ (د) ١ أ، -١

٢٥ طول نصف قطر الكرة التى معادلتها $(س - ٢)^2 + (ص + ٤)^2 + (ع - ٥)^2 = ٦٤$

يساوى .... وحدة طول.

(أ) ٦٤ (ب) $٣\sqrt{٥}$ (جـ) ٨ (د) ٥

٢٦ مساحة الكرة التى معادلتها $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ - ٢٥ = ٠$ تساوى .... وحدة مساحة.

(أ) ٢٠ π (ب) ٤٠ π (جـ) ٢٥ π (د) ١٠٠ π

---

٢٧ حجم الكرة التى معادلتها $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ - ٤ س - ٨ ص - ١٠ ع - ٣٦ = ٠$

يساوى .... وحدة حجم.

(أ) ٣٢٤ π (ب) ٣٦ π (جـ) ٧٨٢ π (د) ٩٧٢ π

---

٢٨ إذا كانت النقطة (-٢ ، ٤ ، م) تقع على الكرة $(س + ٢)^٢ + (ص - ١)^٢ + (ع - ٣)^٢ = ٢٥$

فإن : م = ...

(أ) ٧ (ب) ٤ (جـ) ٧ أ، -١ (د) ٤ أ، -١

---

٢٩ مركز الكرة التى تمس مستويات الإحداثيات الموجبة وطول نصف قطرها ٥ وحدات هو ....

(أ) (٠ ، ٠ ، ٠) (ب) (٥ ، ٥ ، ٥) (جـ) (٥ ، ٠ ، ٠) (د) (٠ ، ٥ ، ٥)

---

٣٠ مركز الكرة $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ - ٢ ع = ٠$ يقع ....

(أ) على المحور س (ب) فى المستوى ع = ٠ (جـ) على المحور ص (د) على المحور ع

---

٣١ إذا كانت : $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ - ٢ س + ٤ ص - ٤ ع + ك = ٠$ معادلة كرة

فإن : ك يمكن أن تكون ....

(أ) ٩ (ب) ١٨ (جـ) ٥ (د) ١٠

---

٣٢ معادلة كرة مركزها م (٤ ، -٦ ، -٥) ، وطول نصف قطرها ٢ وحدة طول هى

$س^٢ + ص^٢ + ع^٢ + أ س + ب ص + حـ ع + ء = ٠$ فإن : $أ + ب + حـ + ء = $ ....

(أ) ١٨ (ب) ٧٣ (جـ) ٨٧ (د) ٣٠٤

---

٣٣ الكرة التى يقع مركزها على المحور ص والتى تمر بالنقطتين (١ ، ٣ ، ٢) ، (-٢ ، ٤ ، ٢)

يكون طول نصف قطرها ....

(أ) ٦ (ب) ٨ (جـ) ٣ (د) ٩

---

٣٤ النقطة أ = (٣ ، ٢ ، ١) تقع .... الكرة التى معادلتها : $س^٢ + (ص + ١)^٢ + (ع - ١)^٢ = ٤$

(أ) على (ب) داخل (جـ) خارج (د) فى مركز

٣٥ الكرة التى معادلتها : $(س - ٢)^٢ + (ص + ٤)^٢ + (ع + ٣)^٢ = ٤$ تمس ....

(أ) المحور س (ب) المستوى ص ع (ج) المستوى س ص (د) المحور ص

---

٣٦ الكرة $(س - ٣)^٢ + (ص + ٥)^٢ + (ع + ١)^٢ = ٢٥$ تمس ....

(أ) المحور س (ب) المستوى الإحداثى س ص

(ج) المستوى الإحداثى س ع (د) المحور ص

---

٣٧ أى مما يأتى يمثل معادلة كرة مركزها يقع على المحور ع وتمس المستوى الإحداثى س ص ؟

(أ) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ = ٢٥$ (ب) $س^٢ - ١٠ س + ص^٢ + ع^٢ = ٠$

(ج) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ - ١٠ ع = ٢٥$ (د) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ - ١٠ ع = ٠$

---

٣٨ الكرة المحصورة بين المستويين ع = −١ ، ع = ٥ ومركزها (٢ ، −١ ، ك) فإن : ك = ...

(أ) صفر (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣

---

٣٩ إذا كان محور الصادات يقطع الكرة التى مركزها (٣ ، −٤ ، ١٢) وطول نصف قطرها ١٣ سم فى النقطتين أ ، ب فإن : أ ب يساوى .... وحدة طول.

(أ) ٨ (ب) ١٠ (ج) ١٣ (د) ٢٦

---

٤٠ إذا قطع المحور س الكرة $(س - ٢)^٢ + (ص + ٣)^٢ + (ع - ١)^٢ = ١٤$ فى النقطتين أ ، ب

فإن : أ ب = ... وحدة طول.

(أ) ٨ (ب) ٢ (ج) ١٦ (د) ٤

---

٤١ الكرتان اللتان معادلاتهما : $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ - ٢ س - ٢ ص + ٢ ع - ١ = ٠$

، $(س - ٥)^٢ + (ص + ٢)^٢ + ع^٢ = ٤$ تكونان ....

(أ) متماستين من الخارج. (ب) متماستين من الداخل.

(ج) متقاطعتين. (د) متباعدتين.

٤٢ إذا كان : $(س + ٣)^٢ + (ص - ٢)^٢ + (ع - ٤)^٢ = ١$ ، $(س + ٤)^٢ + (ص - ٤)^٢ + (ع - ٢)^٢ = ٤$

معادلتا كرتين ، فإن الكرتين ....

(أ) متقاطعتين. (ب) متماستين من الخارج.

(ج) متماستين من الداخل. (د) متباعدتين.

---

٤٣ إذا كانت : م ، ن كرتين نصفى قطريهما $نق_١$ ، $نق_٢$ على الترتيب حيث : $نق_١ > نق_٢$ فإذا كانت الكرتين متماستين

فإن : م ن = ...

(أ) $نق_١ + نق_٢$ (ب) صفر (ج) $نق_١ - نق_٢$ (د) أ ، ج

---

٤٤ إذا كانت الكرتان $(س - ٣)^٢ + ص^٢ + (ع - ٣)^٢ = ١٦$ ، $(س + ١)^٢ + (ص - ٤)^٢ + (ع - ك)^٢ = ٢٥$ متماستين

فإن : ك = ...

(أ) $± ١٠$ (ب) $± ٤$ (ج) ١٠ أ، −٤ (د) ٤ أ، −١٠

---

٤٥ معادلة الكرة التى مركزها (٣ ، م − ١ ، ٥) وتمس محورى الإحداثيات س ، ص هى ....

(أ) $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ - ٣ س - ٣ ص + ٥ ع = ٣٤$

(ب) $(س - ٣)^٢ + (ص ± ٣)^٢ + (ع - ٥)^٢ = ٣٤$

(ج) $(س + ٣)^٢ + (ص ± ٣)^٢ + (ع + ٥)^٢ = ٣٤$

(د) $(س ± ٣)^٢ + (ص ± ٣)^٢ + (ع ± ٥)^٢ = ٣٤$

---

٤٦ نصف قطر أصغر كرة تقع عليها النقاط (٠ ، ٠ ، ٥) ، (٥ ، ٠ ، ٠) ، (٠ ، ٥ ، ٠)

هو .... وحدة طول.

(أ) ١٥ (ب) $\frac{٥\sqrt{٦}}{٣}$ (ج) $٥\sqrt{٣}$ (د) ٥

---

٤٧ نصف قطر أصغر كرة تمر بالنقط (٥ ، ٥ ، ٠) ، (٠ ، ٥ ، ٥) ، (٥ ، ٠ ، ٥) هو .... وحدة طول.

(أ) ٥ (ب) ١٠ (ج) $\frac{٥\sqrt{٦}}{٣}$ (د) $٥\sqrt{٢}$

---

٤٨ عدد الكرات التى تمس محاور الإحداثيات الثلاثة وطول قطرها ١٦ وحدة هو ....

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٤ (د) ٨

٤٩ معادلة الكرة التى تمس مستويات الإحداثيات علما بأن إحداثيات المركز موجبة وطول قطرها ١٦ وحدة هى ....

(أ) $(س - ٤\sqrt{٢})^{٢} + (ص - ٤\sqrt{٢})^{٢} + (ع - ٤\sqrt{٢})^{٢} = ٦٤$

(ب) $س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} + ٨\sqrt{٢}\,س + ٨\sqrt{٢}\,ص + ٨\sqrt{٢}\,ع = ٦٤$

(جـ) $س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} = ٦٤$

(د) $(س - ٨)^{٢} + (ص - ٨)^{٢} + (ع - ٨)^{٢} = ٦٤$

---

٥٠ معادلة الكرة التى تمس محاور الإحداثيات الموجبة وطول قطرها ١٦ وحدة هى ....

(أ) $(س - ٤\sqrt{٢})^{٢} + (ص - ٤\sqrt{٢})^{٢} + (ع - ٤\sqrt{٢})^{٢} = ٦٤$

(ب) $س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} + ٨\sqrt{٢}\,س + ٨\sqrt{٢}\,ص + ٨\sqrt{٢}\,ع = ٦٤$

(جـ) $س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} = ٦٤$

(د) $(س - ٨)^{٢} + (ص - ٨)^{٢} + (ع - ٨)^{٢} = ٦٤$

---

٥١ كرة مركزها م موضوعة داخل مكعب طول حرفه من الداخل ١٠ سم بحيث تمس الكرة جميع أوجه المكعب ، باعتبار أحد رؤوس المكعب هى نقطة الأصل وإحداثيات المركز موجبة فإن معادلة الكرة هى ....

(أ) $س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} - ٢٠\,س - ٢٠\,ص - ٢٠\,ع + ٥٠ = صفر$

(ب) $س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} + ١٠\,س\,ص + ١٠\,ص\,ع + ٥٠ = صفر$

(جـ) $س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} - ١٠\,س - ١٠\,ص - ١٠\,ع + ٥٠ = صفر$

(د) $س^{٢} + ص^{٢} + ع^{٢} + ١٠\,س - ١٠\,ص - ١٠\,ع + ٥٠ = صفر$

---

٥٢ إذا انتقلت الكرة $(س - ٢)^{٢} + (ص + ١)^{٢} + (ع - ٣)^{٢} = ٩$ مسافة ٣ وحدات فى اتجاه $\overleftarrow{و س}$ فإن معادلة الكرة تكون ....

(أ) $(س - ٢)^{٢} + (ص + ١)^{٢} + (ع - ٣)^{٢} = ٩$

(ب) $(س - ٥)^{٢} + (ص + ١)^{٢} + (ع - ٣)^{٢} = ٩$

(جـ) $(س - ٢)^{٢} + (ص - ٢)^{٢} + (ع - ٣)^{٢} = ٩$

(د) $(س - ٢)^{٢} + (ص + ١)^{٢} + (ع - ٦)^{٢} = ٩$

٥٣ إذا كانت النقط أ ، ب ، ح هى نقط تقاطع الكرة $(س - ١)^٢ + (ص - ٢)^٢ + (ع - ١)^٢ = ٦$

مع المحورين $\overleftrightarrow{س}$ ، $\overleftrightarrow{ص}$ فإن مساحة المثلث أ ب ح تساوى .... وحدة مربعة.

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٦

---

٥٤ مساحة أكبر دائرة مرسومة على سطح الكرة التى مركزها النقطة (٥ ، ٠ ، -١) وتمر بالنقطة (٧ ، ١ ، -٤)

تساوى .... وحدة مربعة.

(أ) ٢٥ π (ب) ٤٩ π (ج) ١٦ π (د) ١٤ π

---

٥٥ مساحة الدائرة الناتجة من تقاطع الكرة التى معادلتها $(س - ٣)^٢ + (ص - ٤)^٢ + (ع - ١٢)^٢ = ١٦٩$

مع المستوى س ص = ... وحدة مربعة.

(أ) ١٣ π (ب) ١٦٩ π (ج) ٢٥ π (د) ١٤٤ π

---

٥٦ كرة معادلتها : $س^٢ + ص^٢ + ع^٢ = ٧٥$ تمر برؤوس مكعب مرسوم داخلها

فإن المساحة الكلية للمكعب = ... وحدة مربعة.

(أ) ١٢٥ (ب) ٦٠٠ (ج) $٢٥\sqrt{٣}$ (د) ٣٠٠

---

٥٧ نقطة فى الفراغ ثلاثى الأبعاد تبعد عن كل من مستويات الإحداثيات الثلاثة نفس المسافة (أ) وحدة طول

أى مما يأتى صحيح ؟

(أ) النقطة هى : (أ ، أ ، أ)

(ب) يوجد ٨ نقاط تحقق ذلك تقع على رؤوس مكعب حجمه $(٨ أ^٣)$ وحدة مكعبة.

(ج) هذه النقطة هى مركز الكرة التى تمس محاور الإحداثيات وطول نصف قطرها أ وحدة طول.

(د) جميع هذه النقط تقع على سطح كرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها أ وحدة طول.